Interrogation orale
Semaine du 8-12 Septembre

SUJET 1

Exercice 1 :

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a.
$$\sin(5x) = \sin\left(\frac{2\pi}{3} + x\right),$$

b.
$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{x}{3}\right),$$

c.
$$\cos(3x) = \sin x.$$

2. Donner les valeurs des solutions appartenant à $]-\pi, \pi]$ et les placer sur le cercle trigonométrique. ■

Exercice 2 :

On munit $\mathbb{R}^2$ de l'addition usuelle et de la loi externe

$$\lambda(x, y) = (\lambda x, y).$$

Est-ce un $\mathbb{R}$-espace vectoriel? ■

Interrogation orale
Semaine du 8-12 Septembre

SUJET 2

Exercice 1 :

Soient $e_1\,(0,1,-2,1)\,, e_2\,(1,0,2,-1)\,, e_3\,(3,2,2,-1)\,, e_4\,(0,0,1,0)$ et $e_5\,(0,0,0,1)$ des vecteurs de $\mathbb{R}^4$. Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses? Justifier votre réponse.

1.
$$Vect\,\{e_1,e_2,e_3\} = Vect\,\{(1,1,0,0)\,,(-1,1,-4,2)\}\,.$$

2.
$$(1,1,0,0) \in Vect\,\{e_1,e_2\} \cap Vect\,\{e_2,e_3,e_4\}\,.$$

3.
$$\dim\left(Vect\,\{e_1,e_2\} \cap Vect\,\{e_2,e_3,e_4\}\right) = 1.$$

4.
$$Vect\,\{e_1,e_2\} + Vect\,\{e_2,e_3,e_4\} = 1.\blacksquare$$

Exercice 2 :

Montrer que

$$\left\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \qquad x+y+z=0 \text{ et } 2x-y+3z=0\right\}$$

est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$. $\blacksquare$

Interrogation orale
Semaine du 8-12 Septembre

SUJET 3

<u>`Exercice 1 :`</u>

Soit m un paramètre réel. f est l'application linéaire de $\mathbb{R}^5$ dans $\mathbb{R}^4$ dont la matrice relativement aux bases canoniques est :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -m \end{bmatrix}.$$

Déterminer l'image et le noyau de f. ■

<u>`Exercice 2 :`</u>

Déterminer lesquels des ensembles E_1, E_2, E_3 et E_4 sont des sous-espaces vectoriels de $\mathbb{R}^3$. Calculer leurs dimensions correspondantes.

$$E_1 = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \qquad x + y - z = x + y + z = 0\right\},$$

$$E_2 = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \qquad x^2 - z^2 = 0\right\},$$

$$E_3 = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \qquad e^x e^y = 0\right\},$$

$$E_4 = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \qquad z\left(x^2 + y^2\right) = 0\right\}. \blacksquare$$