# Interrogation orale
# Semaine du 15-19 Septembre

## SUJET 1

<u>`Exercice 1 :`</u>

Soient $E$ et $F$ les sous-espaces de $\mathbb{R}^3$ engendrés respectivement par les vecteurs

$$\left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} \right\} \text{ et } \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -7 \end{pmatrix} \right\}.$$

Montrer que $E$ et $F$ sont égaux. ■

<u>`Exercice 2 :`</u>

Calculer le déterminant de la matrice suivante :

$$\begin{pmatrix} m & 0 & 1 & 2m \\ 1 & m & 0 & 0 \\ 0 & 2m+2 & m & 1 \\ m & 0 & 0 & m \end{pmatrix}.$$

Calculer alors suivant la valeur du paramètre $m$ le rang de cette matrice. ■

<u>`Exercice 3 :`</u>

Soient $n \in \mathbb{N} - \{0,1\}$ et $A = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & \cdots & 1 \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 1 & \ldots & \ldots & 1 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$. Déterminer les éléments propres de $A$. ■

# Interrogation orale
# Semaine du 15-19 Septembre

## SUJET 2

Exercice 1 :

1. Résoudre l'équation

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x & a & 0 & 0 \\ x & 0 & b & 0 \\ x & 0 & 0 & c \end{vmatrix} = 0 \qquad \text{(pour } a, b, c \in \mathbb{R} \text{ non nuls)} . \blacksquare$$

Exercice 2 :

Pour quelles valeurs de $a \in \mathbb{R}$ la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & a \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$ est-elle inversible? Calculer dans ce cas son inverse. $\blacksquare$

Exercice 3 :

Soit

$$E = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in M_2(\mathbb{R}), \ a + b + d = 0 \text{ et } 2a + b - d = 0 \right\}.$$

1) Montrer que $E$ est un sous-espace vectoriel de $M_2(\mathbb{R})$.

2) Déterminer une base de $E$ et en déduire sa dimension. $\blacksquare$

# Interrogation orale
# Semaine du 15-19 Septembre

## SUJET 3

**Exercice 1 :**
Soit $A \in M_n(\mathbb{K})$ antisymétrique.
Montrer que si $n$ est impair alors $\det A = 0$. ■

**Exercice 2 :**
Montrer que

$$\left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \qquad x+y+z=0 \text{ et } 2x-y+3z=0\right\}$$

est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$. ■

**Exercice 3 :**
Calculer le déterminant :

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & -b & -c & -d \\ b & a & d & -c \\ c & -d & a & b \\ d & c & -b & a \end{vmatrix}$$

en calculant d'abord $\Delta^2$. ■