

---

KHÔLLE 6A - 16 JANVIER 2020

---

ALGÈBRE

1. L'ensemble  $\mathbb{K}[X]$  des polynômes : définition, somme, produit de deux polynômes, degré d'un polynôme
2. Divisibilité de polynômes - Division euclidienne
3. Polynômes irréductibles
4. Factorisation en produit de polynômes irréductibles dans  $\mathbb{R}[X]$  et dans  $\mathbb{C}[X]$
5. Fractions rationnelles : définition, degré, zéros, pôles, partie entière
6. Décomposition en éléments simples d'une fraction rationnelle dans  $\mathbb{R}(X)$  et  $\mathbb{C}(X)$

**Démonstrations exigibles :**

1. Si  $P \in \mathbb{R}[X]$  et  $\alpha \in \mathbb{C}$  est une racine de  $P$  de multiplicité  $r$ , alors  $\bar{\alpha}$  est une racine de  $P$  de multiplicité  $r$
2.  $\forall F \in \mathbb{K}(X), \exists!(E, G) \in \mathbb{K}[X] \times \mathbb{K}(X)$  avec  $\deg(G) < 0$  tel que  $F = E + G$

ANALYSE (NE CONCERNE QUE LA CLASSE 2)

1. Définition de la limite (9 cas)
2. Limite à gauche, limite à droite
3. Unicité de la limite, limite finie et bornitude
4. Caractérisation séquentielle de la limite
5. Opérations sur les limites

**Démonstrations exigibles :**

1. Unicité de la limite d'une fonction
2.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell \in \mathbb{R} \Rightarrow f$  est bornée au voisinage de  $a$
3.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell > 0 \Rightarrow f > 0$  au voisinage de  $a$
4. Caractérisation séquentielle de la limite

T.S.V.P.  $\rightarrow$

**ANALYSE (NE CONCERNE QUE LES CLASSES 1 ET 3)**

1. Suites numériques
2. Théorème des suites adjacentes
3. Suites récurrentes définies par  $u_{n+1} = f(u_n)$
4. Suites complexes
5. Comparaison de suites (négligeabilité, domination, équivalence)

**Démonstrations exigibles :**

1. Si  $(u_n)_{n \geq 0}$  est définie par la donnée de  $u_0$  et la relation  $u_{n+1} = f(u_n)$  :
  - si  $f$  est croissante alors  $(u_n)_{n \geq 0}$  est monotone
  - si  $f$  est décroissante, alors  $(u_{2n})_{n \geq 0}$  et  $(u_{2n+1})_{n \geq 0}$  sont monotones de sens contraires.
2. Si  $(z_n)_{n \geq 0}$  est une suite complexe :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} z_n = \ell \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \operatorname{Re}(z_n) = \operatorname{Re}(\ell) \quad \text{et} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \operatorname{Im}(z_n) = \operatorname{Im}(\ell)$$