| | |
|---|---|
| EISTI | **ING1-GI : DATA EXPLORATION - EXAMEN 2016-2017** |
| Rédigé par : l'équipe enseignante | Durée : 1h30 |
| A l'intention de : Elèves d'ING1-GI | Document ou matériel autorisés : Calculatrice uniquement |

**Bareme sur 17 ramené sur 20**

Il s'agit d'étudier un jeu de données consitué de 29 fromages pour lesquels on connait 10 caractéristiques :
Calories, sodium, calcium, lipides, rétinol (vitamine A), folates (Vitamine B9), protéines, cholestérol, magnésium

| | calories | sodium | calcium | lipides | retinol | folates | proteines | cholesterol | magnesium |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| CarredelEst | 314 | 353,5 | 72,6 | 26,3 | 51,6 | 30,3 | 21 | 70 | 20 |
| Babybel | 314 | 238 | 209,8 | 25,1 | 63,7 | 6,4 | 22,6 | 70 | 27 |
| Beaufort | 401 | 112 | 259,4 | 33,3 | 54,9 | 1,2 | 26,6 | 120 | 41 |
| Bleu | 342 | 336 | 211,1 | 28,9 | 37,1 | 27,5 | 20,2 | 90 | 27 |

…

# 1. Partie I : Indicateurs numériques

Concernant la variable lipides, nous obtenons les indicateurs suivants :

- Médiane : m=26.30
- Ecart-inter quantile : Q3-Q1=5.70
- Moyenne : $\bar{x}$ =24.16
- Variance : $s^2$=66.09

Expliquez l'impact des opérations suivantes sur ces indicateurs. Calculer leur nouvelle valeur quand c'est possible.

1.1 On ajoute 10 à la variable

La variance et l'écart inter-quartile ne changent pas. On ajoute 10 à la moyenne et à la médiane.

1.2 On multiple la variable par 2

On multiplie par 2 la moyenne, la médiane et l'écart inter-quartile et par 4 la variance.

1.3 On ajoute un fromage avec un teneur en lipides de 70

Cela va considérement augmenter la moyenne et la variance. La médiane et l'écart inter-quartile ne devraient pas bouger ou très peu.

**Barême : 0.25 par indicateur par question = 3 points**

# 2. Partie II : Analyse en composantes principales (9 points)

Une première étude a été menée au travers une ACP. A partir des résultats fournis en annexe, répondez aux questions suivantes.

2.1 Combien d'axes retenez-vous dans votre étude ? Quel est le pourcentage de variance expliqué ?

On retient les deux premiers axes. Ils expliquent 76,10% de l'inertie du nuage, dont 56,10% rien que pour l'axe 1. **(1 point)**

2.2 Expliquez pourquoi les variables lipides, calories, cholesterol, proteines, magnesium se retouvent dans un même groupe ?

Ces variables sont fortement corrélées entre elles (cf. matrice des corrélations). Elles se retrouvent donc synthétisées par l'axe 1.

**(1 point)**

2.3 Expliquez la contradiction entre le faible coefficient de corrélation entre le rétinol et le calcium et leur représentation sur le cercle de corrélation.

Le coefficient de corrélation entre le rétinol et le calcium est très faible (-0.29) or les variables semblent fortement corrélées sur le graphique des variables (quasiment colinéaires en sens inverse). Ceci est dû à la perte d'information quand on projette ces variables sur le plan principal. En effet, si on regarde dans le tableau des $cos^2$, on note que la variable rétinol est bien représentée sur l'axe 3. **(1 point)**

2.4 Quelle variables contribuent à la formation des axes 1 et 2 avec quel pourcentage?

Axe 1 : La formation de l'axe 1 se répartit essentiellement entre 5 variables : calories (18,04%), Cholestérol (17,34%), protéines (16,66%), lipides (16,57%), magnesium (14,75%). Dans une moindre mesure on trouve aussi la variable calcium (8,65%).

Axe 2 : (erreur dans le tableau) D'après le graphique, on peut voir que l'axe 2 est constitué par les variables folates, rétinol, sodium et calcium.

L'axe 1 représente les caractéristiques énergétiques et l'axe 2 les apports nutritionnels. **(1 point)**

2.5 Que se passe-t'il dans l'ACP quand il y a un ou des individus atypiques ? Pensez-vous qu'il y a un ou des individus atypiques ici ? Justifier votre réponse.

La variance est attirée par les individus atypiques. Or le calcul des composantes principales se base sur la matrice de variance-covariance. Les individus atypiques faussent donc les calculs. Le résultat obtenu traduira le comportement de individus atypiques uniquement. **(1 point)**

Si tous les individus contribuent équitablement à la construction des axes alors ils contribuent à une hauteur de 100/29=3,45%. On constate que les fromages frais dépassent largement cette contribution moyenne sur l'axe 1. Il faudra vérifier qu'ils ne faussent pas les résultats en les retirant de l'étude. **(1 point)**

2.6 Donner une interprétation des fromages suivants : Beaufort, Chaource, Pont Leveque

Le Beaufort est bien représenté sur l'axe 1 ($cos^2$=0.78). On peut donc dire que c'est un fromage riche en lipides, calories, cholestérol, protéines et magnesium. **(1 point)**

Le Chaource est bien représenté sur l'axe 2 ($cos^2$=0.75) On peut donc dire que c'est un fromage avec une forte teneur en vitamines et/ou une faible teneur en calcium. **(1 point)**

Le Pont L'évêque n'est pas bien représenté sur les axes 1 et 2. On ne peut donc rien conclure. **(1 point)**

# 3. Partie III : Clustering (5 points)

On décide de former des groupes de fromages. On utilise la classification hiérarchique ascendante pour déterminer les classes.

1) Que mesure la distance de Ward ?

La distance de Ward mesure l'écart entre deux clusters. **(1 point)**

2) A l'aide des graphiques ci-dessus, déterminez le nombre de classes à retenir.

Il n'y a plus de gain significatif en dessous de 5 clusters. **(1 point)**

3) Représentez les classes retenues sur le graphique des individus de l'ACP. Donner une interprétation de ces classes.

Attention : N'oubliez pas de rendre le graphique des individus avec votre nom et votre groupe dans votre copie

Graphique **(1 point)**

Le cluster des fromages frais (en bas à gauche) est bien représenté sur l'axe 1. On peut donc dire qu'il est composé de fromages à faibles teneur en lipides, cholestérol,….

Le cluster des formages à pate dure (Comté, Parmesan, Emmental et Beaufort) a exactement l'interprétation inverse.

Le cluster des fromages à pate molle (Chèvre frais, Chaource, Chabichou, Camembert) est bien représenté sur l'axe 2. Il est donc constitué de fromages ayant une forte teneur en vitamines et/ou une faible teneur en calcium.

Les deux derniers clusters sont trop proches du centre du graphique pour tirer des conclusions.

**(1 point)**

4) Chaque fromage est maintenant associé à un groupe. On souhaite déterminer si la teneur en lipide est liée au groupe. Quel critère allez-vous calculer ? Que représente-t-il ? Comment le calcule-t-on ?

Il s'agit de croiser la variable quantitative lipide avec la variable qualitative « groupe ». On calcule donc le rapport de corrélation. Graphique

Il représente le pourcentage de la variabilité des lipides expliqué par les groupes. Il faut calculer la variance inter groupes et la diviser par la variance totale des lipides. Graphique **(1 point)**

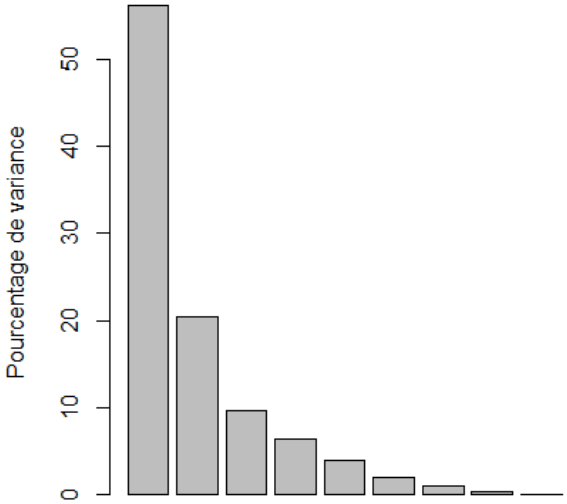
# 4. Annexes

**Matrice des corrélations**

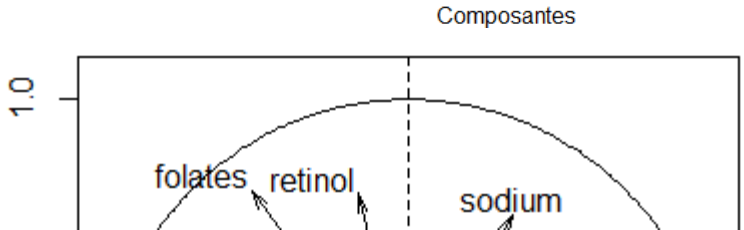
| | *calories* | *sodium* | *calcium* | *lipides* | *retinol* | *folates* | *proteines* | *cholesterol* | *magnesium* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| calories | 1 | | | | | | | | |
| sodium | 0,45 | 1 | | | | | | | |
| calcium | 0,43 | 0,01 | 1 | | | | | | |
| lipides | 0,98 | 0,48 | 0,34 | 1 | | | | | |
| retinol | -0,04 | 0,14 | -0,29 | -0,02 | 1 | | | | |
| folates | -0,32 | 0,14 | -0,64 | -0,28 | 0,52 | 1 | | | |
| proteines | 0,89 | 0,28 | 0,61 | 0,81 | -0,04 | -0,35 | 1 | | |
| cholesterol | 0,96 | 0,33 | 0,43 | 0,96 | -0,09 | -0,37 | 0,82 | 1 | |
| magnesium | 0,75 | 0,03 | 0,71 | 0,69 | -0,10 | -0,45 | 0,79 | 0,75 | 1 |

**Résultats sur les valeurs propres de l'ACP**

| | eigenvalue | percentage of variance | cumulative percentage of variance |
|---|---|---|---|
| comp 1 | 5,05 | 56,10 | 56,10 |
| comp 2 | 1,84 | 20,49 | 76,59 |
| comp 3 | 0,87 | 9,64 | 86,24 |
| comp 4 | 0,58 | 6,42 | 92,65 |
| comp 5 | 0,36 | 3,95 | 96,60 |
| comp 6 | 0,18 | 1,95 | 98,55 |
| comp 7 | 0,10 | 1,08 | 99,63 |
| comp 8 | 0,03 | 0,32 | 99,95 |
| comp 9 | 0,00 | 0,05 | 100,00 |




**Résultats de l'ACP pour les variables**



| | $cos2 | | |
|---|---|---|---|
| | Dim.1 | Dim.2 | Dim.3 |
| calories | 0,91 | 0,06 | 0,00 |
| sodium | 0,11 | 0,39 | 0,29 |
| calcium | 0,44 | 0,26 | 0,03 |
| lipides | 0,84 | 0,10 | 0,01 |
| retinol | 0,03 | 0,48 | 0,36 |
| folates | 0,26 | 0,49 | 0,03 |
| proteines | 0,84 | 0,01 | 0,02 |
| cholesterol | 0,88 | 0,03 | 0,00 |
| magnesium | 0,74 | 0,03 | 0,12 |
| | $contrib | | |
| calories | 18,04 | 18,04 | 18,04 |
| sodium | 2,27 | 2,27 | 2,27 |
| calcium | 8,65 | 8,65 | 8,65 |
| lipides | 16,57 | 16,57 | 16,57 |
| retinol | 0,54 | 0,54 | 0,54 |
| folates | 5,19 | 5,19 | 5,19 |
| proteines | 16,66 | 16,66 | 16,66 |
| cholesterol | 17,34 | 17,34 | 17,34 |
| magnesium | 14,75 | 14,75 | 14,75 |

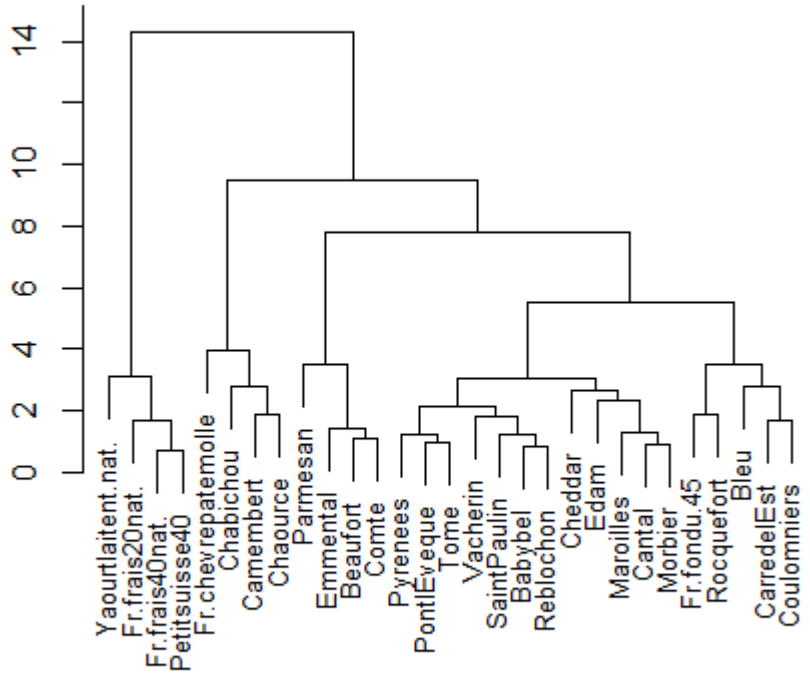
**Résultats de l'ACP pour les individus**

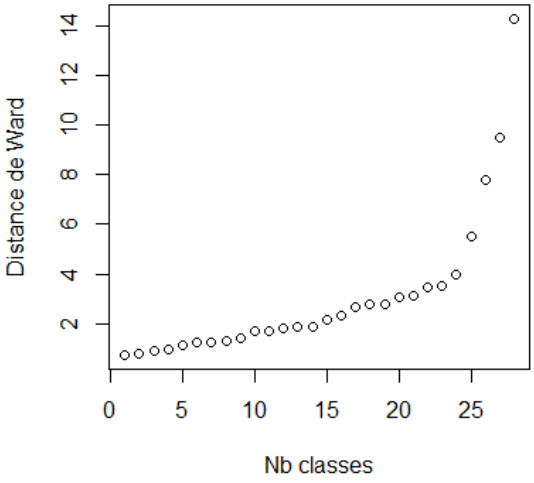
**Attention : Le graphique des individus se trouve sur une feuille à part, à rendre avec votre copie**

| | $cos2 | | | $contrib | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Dim 1 | Dim 2 | Dim 3 | Dim 1 | Dim 2 | Dim 3 |
| CarredelEst | 0,05 | 0,43 | 0,30 | 0,28 | 6,08 | 9,03 |
| Babybel | 0,31 | 0,15 | 0,08 | 0,15 | 0,21 | 0,24 |
| Beaufort | 0,78 | 0,10 | 0,03 | 5,86 | 2,06 | 1,23 |
| Bleu | 0,10 | 0,09 | 0,32 | 0,40 | 0,90 | 7,17 |
| Camembert | 0,11 | 0,42 | 0,07 | 0,65 | 6,94 | 2,57 |
| Cantal | 0,70 | 0,10 | 0,10 | 1,85 | 0,72 | 1,54 |
| Chabichou | 0,01 | 0,54 | 0,12 | 0,03 | 8,15 | 3,77 |
| Chaource | 0,10 | 0,75 | 0,12 | 0,57 | 11,57 | 3,93 |
| Cheddar | 0,65 | 0,02 | 0,01 | 2,47 | 0,20 | 0,24 |
| Comte | 0,72 | 0,07 | 0,07 | 6,91 | 1,96 | 3,90 |
| Coulomniers | 0,16 | 0,29 | 0,16 | 0,48 | 2,41 | 2,73 |
| Edam | 0,45 | 0,26 | 0,21 | 1,57 | 2,53 | 4,32 |
| Emmental | 0,62 | 0,21 | 0,13 | 5,65 | 5,24 | 6,86 |
| Fr.chevrepatemolle | 0,45 | 0,29 | 0,20 | 6,86 | 12,24 | 17,49 |
| Fr.fondu.45 | 0,02 | 0,13 | 0,32 | 0,04 | 1,05 | 5,32 |
| | $cos2 | | | $contrib | | |
| | Dim 1 | Dim 2 | Dim 3 | Dim 1 | Dim 2 | Dim 3 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Fr.frais20nat. | 0,86 | 0,12 | 0,00 | 15,74 | 6,23 | 0,12 |
| Fr.frais40nat. | 0,93 | 0,04 | 0,01 | 14,20 | 1,55 | 0,53 |
| Maroilles | 0,59 | 0,06 | 0,13 | 2,04 | 0,59 | 2,56 |
| Morbier | 0,72 | 0,01 | 0,17 | 1,15 | 0,03 | 1,58 |
| Parmesan | 0,59 | 0,01 | 0,18 | 5,98 | 0,21 | 10,52 |
| Petitsuisse40 | 0,92 | 0,04 | 0,00 | 12,83 | 1,35 | 0,34 |
| PontlEveque | 0,01 | 0,17 | 0,46 | 0,01 | 0,44 | 2,57 |
| Pyrenees | 0,46 | 0,01 | 0,34 | 0,59 | 0,05 | 2,52 |
| Reblochon | 0,28 | 0,01 | 0,03 | 0,14 | 0,02 | 0,08 |
| Rocquefort | 0,16 | 0,50 | 0,17 | 0,79 | 6,77 | 4,92 |
| SaintPaulin | 0,13 | 0,43 | 0,00 | 0,16 | 1,42 | 0,00 |
| Tome | 0,01 | 0,06 | 0,41 | 0,02 | 0,20 | 3,19 |
| Vacherin | 0,17 | 0,48 | 0,02 | 0,31 | 2,35 | 0,22 |
| Yaourtlaitent.nat. | 0,63 | 0,31 | 0,00 | 12,27 | 16,53 | 0,50 |

**Résultats de CAH**



NOM :

PRENOM :

GROUPE :

**Graphique de l'ACP pour les individus**