

Rattrapage d'Algorithmique 2

EISTI, ING1, GI

2015-2016

Modalités

- Durée : 3 heures
- Vous devez rédiger votre copie à l'aide d'un **stylo à encre** exclusivement.
- Toutes vos affaires (sacs, vestes, trousse, etc.) doivent être placées à l'avant de la salle.
- Aucun document autorisé.
- Aucune machine électronique ne doit se trouver sur vous ou à proximité, même éteinte.
- Aucune sortie n'est autorisée avant une durée incompressible d'une heure.
- Aucun déplacement n'est autorisé.
- Aucune question au professeur n'est autorisée.
- Aucun échange, de quelle que nature que ce soit, n'est possible.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice 1 : Choix d'un itinéraire (4 points)

Sachant qu'une manifestation d'étudiants bloque la gare de Poitiers, et connaissant la durée des trajets suivants :

Bordeaux → Nantes 4 h
Bordeaux → Marseille 9 h
Bordeaux → Lyon 12 h
Nantes → Paris-Montparnasse 2 h
Nantes → Lyon 7 h
Paris Montparnasse → Paris Lyon 1 h (en autobus)
Paris-Lyon → Grenoble 4 h 30
Marseille → Lyon 2 h 30
Marseille → Grenoble 4 h 30
Lyon → Grenoble 1 h 15

Question 1 : Représentez les données du problème par un graphe

Question 2 : Comment faire pour aller le plus rapidement possible de Bordeaux à Grenoble ? Justifier.

Question 3 : Écrire l'algorithme.

Exercice 2 : Horaires d'examen (2 points)

Une université doit organiser les horaires des examens. On suppose qu'il y a 7 épreuves à planifier, correspondant aux cours numérotés de 1 à 7 et que les paires de cours suivantes ont des étudiants communs : 1 et 2, 1 et 3, 1 et 4, 1 et 6, 1 et 7, 2 et 3, 2 et 4, 2 et 5, 2 et 6, 2 et 7, 3 et 4, 3 et 6, 3 et 7, 4 et 5, 4 et 6, 5 et 6, 5 et 7 et 6 et 7.

Comment organiser ces épreuves de façon qu'aucun étudiant n'ait à passer deux épreuves en même temps et cela sur une durée minimale ?

Question 1 : Construire le graphe G de la situation.

Question 2 : Quelle sera cette durée minimale (on suppose que chaque examen se fait sur $\frac{1}{2}$ journée)? Justifier.

Question 3 : Que devient le problème si la paire de cours "1 et 6" (ci-dessus) n'ont plus d'étudiants en commun ? Justifier.

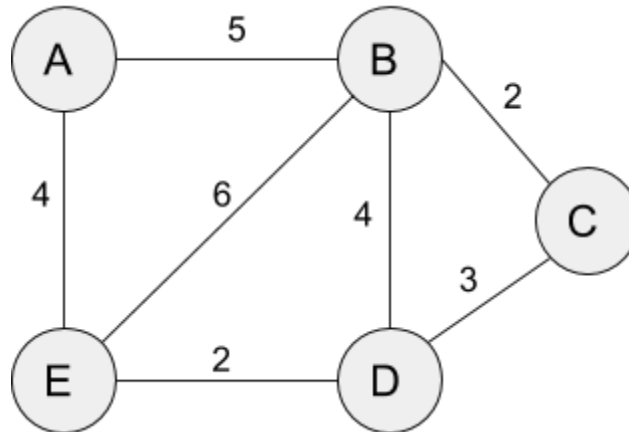
Exercice 3 : Terminologie (2,5 points)

Donnez la définition des termes suivants :

Terme	Signification
Adjacence	
Arc	
Arête	
Chaîne	
Chemin eulérien	
Chemin hamiltonien	
Connexité	
Chromatique (nombre)	
Cycle	
Degré d'un sommet	

Exercice 4 : Arbres couvrant de poids minimum (3 points)

Un réseau comporte des machines A, B, C, D, et E qui doivent pouvoir communiquer entre elles. Les liaisons envisagées sont représentées par le graphe suivant (les arêtes sont étiquetées par la distance entre les machines):



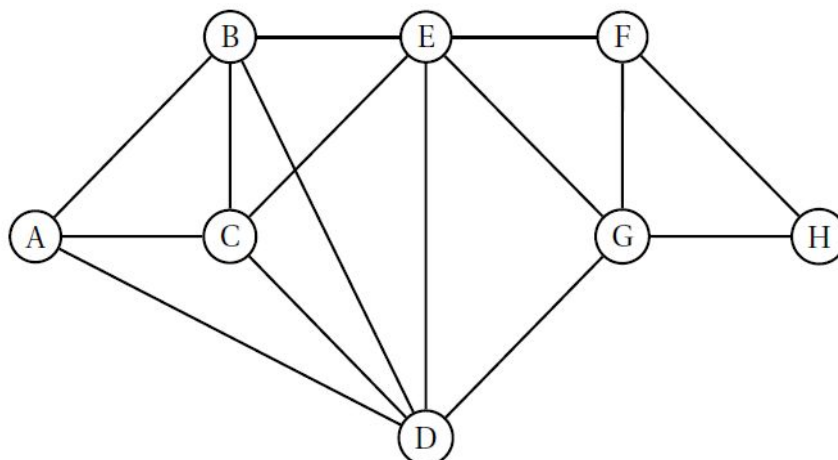
Question 1 : Comment câbler le réseau à moindre coût ? Quel est le nom de la méthode à appliquer ? Justifier.

Question 2 : Écrire l'algorithme.

Question 3 : Quelle est la complexité de cet algorithme ?

Exercice 5 : Tournée d'un camion (3,5 points)

La tournée de collecte d'un camion d'une société recyclant des « déchets papier » est représentée par le graphe ci-dessous où les sommets sont des carrefours de la ville et les arêtes sont des voies de circulation où la collecte est programmée pour cette tournée. Le dépôt d'où démarre le camion est situé au carrefour A.



Question 1 :

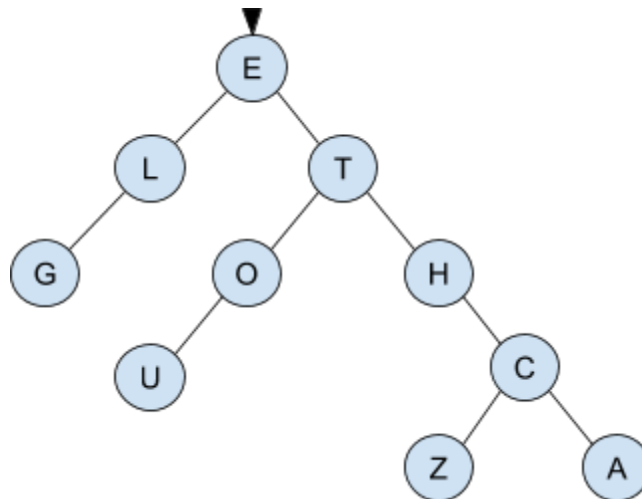
- (a) Ce graphe est-il complet ? Justifier.
- (b) Ce graphe est-il connexe ? Justifier.

Question 2 : Afin de rendre son plan plus lisible, le chauffeur du camion souhaite colorer les carrefours du graphe représentant sa tournée de manière à ce que deux carrefours reliés par une même voie n'aient jamais la même couleur.

- (a) D'après les théorèmes et propriétés vus en cours, déterminer un majorant du nombre chromatique. Justifier.
- (b) Déterminer le nombre chromatique. Justifier.
- (c) Écrire l'algorithme glouton (Welsh-Powell) qui permet de colorer un graphe.

Exercice 6 : Compression de mots (5 points)

Afin de compresser un mot, une modélisation du mot sous forme d'arbre (avec racine unique) a été imaginée. Par exemple, le mot "CLOCHETTE" serait modélisé de la façon suivante :



Voici les étapes à suivre afin de passer du mot à l'arbre :

Étape 1 : Enlever toutes les lettres en doublons dans le mot et trier les lettres restantes

CLOCHETTE (1) >> CEHLOT

Étape 2 : Ajouter des lettres, différentes que celles déjà utilisées et dans l'ordre alphabétique, afin d'arriver à N+1 lettres (N = longueur du mot initial)

CEHLOTAGUZ (2)

Étape 3 : Mettre en face des lettres du mot initial (1) des lettres du mot (2) n'appartenant pas à (1) et dans l'ordre d'arrivée des lettres de (2). Une fois utilisée, la lettre n'est plus considérée (ni dans (1), ni dans (2)).

Refaire cette étape tant qu'il reste des lettres du mot n'ayant pas de pair

1er tour :

C : A

L : G

O : U

C : Z

2e tour :

H : C

E : L
T : O
3e tour :
T : H
4e tour :
E : T

Étape 4 : Chaque pair correspond à une arête. La racine de l'arbre correspond à la dernière lettre du mot initial. L'arbre peut donc être construit.

Question 1 : Écrire la méthode de compression de mots.

Autres exemples :

