

Rattrapage d'Algorithmique 2

EISTI, ING1, GI

2016-2017

Modalités

- Durée : 2 heures
- Vous devez rédiger votre copie à l'aide d'un **stylo à encre** exclusivement.
- Toutes vos affaires (sacs, vestes, trousse, etc.) doivent être placées à l'avant de la salle.
- Aucun document autorisé.
- Aucune machine électronique ne doit se trouver sur vous ou à proximité, même éteinte.
- Aucune sortie n'est autorisée avant une durée incompressible d'une heure.
- Aucun déplacement n'est autorisé.
- Aucune question au professeur n'est autorisée.
- Aucun échange, de quelque nature que ce soit, n'est possible.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice 1 : Cours et application directe

1. Le roi Arthur fait s'asseoir ses $2n$ chevaliers autour de la Table Ronde. Chacun des chevaliers possède au plus $n-1$ ennemis parmi les autres chevaliers. Montrer que Merlin l'Enchanteur peut trouver un arrangement des $2n$ chevaliers de sorte qu'aucun ne soit assis à côté d'un de ses ennemis (bien sûr, l'animosité est réciproque, et seuls les chevaliers s'assoient autour de la table).
2. Soit un arbre k -aire de taille n . Donner la valeur de la hauteur h dans le pire des cas et dans le meilleur des cas.

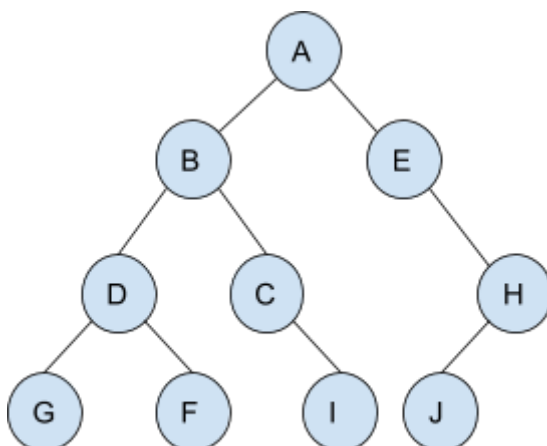


Figure 1 : Arbre Binaire

3. Soit l'arbre binaire de la figure 1. Donner les résultats de l'affichage de l'arbre par parcours préfixe, postfixe et infixé.

4. Soit le graphe modélisant le transport de marchandise de la figure 2. En détaillant chacune des étapes, déterminer la quantité maximum de marchandise pouvant être transportée sur ce réseau.

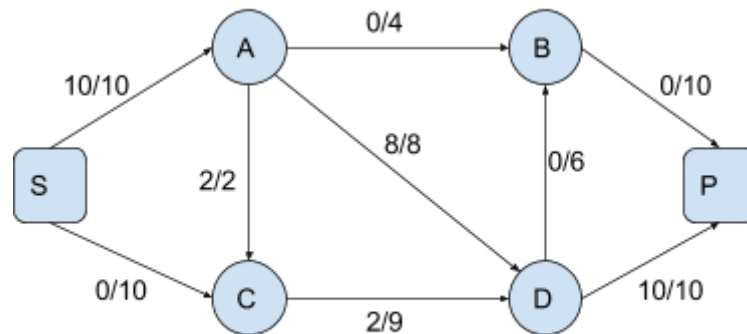


Figure 2 : Transport de marchandises

5. Quand dit-on qu'un graphe est complet ? Combien d'arêtes possède un graphe complet à n sommets ?
6. Quand dit-on qu'un graphe que c'est un arbre ? Combien d'arêtes possède un arbre à n sommets ?
7. Quelle est la définition d'un graphe connexe ?
8. Quel est le nombre minimum d'arêtes dans un graphe à n sommets ? Quel est le nombre maximum d'arêtes dans un graphe à n sommets ?
9. Qu'est-ce que le problème de l'arbre couvrant minimal ? Donner le nom de deux algorithmes qui le résolvent.
10. Qu'est-ce qu'un graphe planaire ? Le graphe complet à 4 sommets K_4 est-il planaire? Pourquoi ?
11. Qu'est-ce qu'un graphe eulérien ? Donner une condition nécessaire et suffisante pour qu'un graphe le soit. Pour quelles valeurs de n un graphe complet est-il eulérien?
12. Qu'est-ce que le problème de coloration d'un graphe ? Comment le résoudre dans le cas d'un arbre ?
13. Donner un exemple de problème NP-complet dont une donnée d'entrée est un graphe.

Exercice 2 : Composantes fortement connexes

Soit G le graphe orienté à 6 sommets numérotés de 1 à 6 avec les arcs $(1,2),(2,3),(3,1),(2,4),(4,5),(5,6),(6,4)$.

1. Qu'est-ce qu'une composante fortement connexe ?
2. Donner le nom d'un algorithme qui permet de les calculer.
3. Appliquer cet algorithme au graphe G en détaillant chacune des étapes.

Exercice 3 : Plus courts chemins

1. Donner le nom d'un algorithme qui permet de calculer les plus courts chemins à partir d'un sommet donné dans un graphe dont les poids sont positifs ou nuls.
2. Si on calcule les plus courts chemins d'un sommet donné à tous les autres, quel résultat obtient-on ?
3. Ecrire l'algorithme du 1 en détaillant entre autres les structures de données utilisées et leur rôle.
4. Si il existe maintenant au moins un poids négatif, on se propose d'ajouter la même constante suffisamment grande à chacune des arêtes pour que tous les poids deviennent positifs. Cette modification permet-elle d'obtenir les plus courts chemins dans le graphe qui contient au moins un poids négatif ? Pourquoi ?