



**ING2-MI**  
**RATTRAPAGE DE SERIES TEMPORELLES 2017-2018**

Durée : 3h

Examen sur Examager  
Aucun document autorisé

**Exercice 1 (à rendre sur une copie à votre nom)**

- 1) Rappelez la définition d'un processus stationnaire centré ainsi que celle d'un bruit blanc.
- 2) Soit  $(\varepsilon_t)_{t \in \mathbb{Z}}$  un bruit blanc de variance  $\sigma^2$ . On définit le processus  $(Y_t)_{t \in \mathbb{Z}}$  par

$$Y_t = \sqrt{\frac{2}{3}}\varepsilon_t - \frac{1}{\sqrt{3}}\varepsilon_{t-1}.$$

- a) Calculez la moyenne du processus.
  - b) Calculez la variance du processus.
  - c) Déterminez sa fonction d'auto-corrélation
  - d) Est-il stationnaire ?
- 3) Soit  $(\varepsilon_t)_{t \in \mathbb{Z}}$  un bruit blanc de variance  $\sigma^2$ . On définit le processus  $(X_t)_{t \in \mathbb{Z}}$  par

$$X_t = \frac{1}{3}X_{t-1} + \varepsilon_t.$$

- a) De quel processus s'agit-il ?
- b) Ecrivez le processus avec l'opérateur de retard B et en déduire une expression de la forme  $X_t = f(B) \times \varepsilon_t$  où  $f(B)$  est un terme à déterminer.
- c) Peut-on développer le terme  $f(B)$  en série entière ?
- d) Ecrivez le processus sous sa forme  $MA(\infty)$ .
- e) En déduire que le processus est centré et de variance

$$\gamma_0 = \frac{9}{8}\sigma^2.$$

- f) Déterminez sa fonction d'auto-corrélation.
- g) Est-il stationnaire ?

**Exercice 2**

Nous nous intéressons à la série  $(x_t)$  du chiffre d'affaire (en milliers de francs) d'une entreprise entre 1985 et 1990 : ChiffreAf.csv

**Pour cet exercice vous devez rendre dans une archive :**

- **Le fichier sur lequel vous avez effectué vos calculs. Vous ferez un nouvel onglet par question. Dans cet onglet, il y aura vos calculs, vos graphiques et une zone de texte avec vos commentaires.**
- **Dans le cas où le fichier serait illisible (pb de compatibilité ou format de sauvegarde et cela arrive très souvent !!!), vous devez rendre un fichier pdf avec une (ou plusieurs) copie d'écran de chacun des onglets.**
- **N'oubliez pas de mettre votre nom au début des documents et dans le nom des fichiers.**

### 1) Représentation graphique de la série

- Représentez graphiquement la série. Le processus vous semble-t-il stationnaire ?
- En déduire qu'il existe un mouvement saisonnier additif. Comment peut-on confirmer (par le calcul) cette affirmation ?

### 2) Lissage de la série par moyenne mobile

- Quel est l'objectif de lisser la série ?
- Calculez MA(4) la moyenne mobile centrée d'ordre 4.
- Représentez MA(4) sur le même graphique que la série observée. Commentez.

### 3) Désaisonnalisation de la série

- Calculez les différences saisonnières  $\Delta_{ij}$  (i=année, j=trimestre) entre la série observée et la série lissée MA(4).
- Quelles sont les valeurs de  $\bar{\Delta}_{T_1}$ ,  $\bar{\Delta}_{T_2}$ ,  $\bar{\Delta}_{T_3}$  et  $\bar{\Delta}_{T_4}$  les moyennes des différences saisonnières par trimestre ? Montrez que leur moyenne est nulle.
- Désaisonnalisez la série en retranchant le  $\bar{\Delta}_{T_j}$  approprié à la série observée.
- Représentez la série désaisonnalisée sur un même graphique que la série observée. Commentez.

### 4) Estimation de la tendance par la méthode des moindres carrés et prévision

- Montrez que la tendance ajustée par la méthode des moindres carrés de la série désaisonnalisée est de la forme

$$y=3t+104,2.$$

L'entrepreneur a réalisé un chiffre d'affaire de 190M de francs au 1<sup>er</sup> trimestre de l'année 1991.

- Sans tenir compte de l'effet saisonnier, quel chiffre d'affaire est prédit par le modèle de tendance ?
- Quel est maintenant le chiffre d'affaire prédit si vous ajoutez la composante saisonnière ?
- Comparez-le avec la valeur observée.

### 5) Estimation par la méthode de lissage exponentiel

- Pourquoi faut-il faire un lissage exponentiel double ?
- Effectuez un lissage exponentiel double avec  $\alpha=0,5$  de la série lissée MA(4).
- Représentez sur un même graphique le lissage exponentiel double et la série MA(4). Commentez.
- Calculez la prévision pour le premier trimestre de l'année 1991 avec le lissage exponentiel double.
- Ajoutez la composante saisonnière à cette prévision.
- Comparez avec la prévision obtenue précédemment et avec la valeur observée.