



3) Comparer la norme  $N$  avec la norme  $\|\cdot\|_\infty$ . Sont-elles équivalentes ?

**EXERCICE 2:** (2 points)

Soit  $A$  une partie de  $\mathbb{R}$  donnée par :  $A = ]0,1[ \cup ]1,2] \cup \{3\}$

- 1) Dire si  $A$  est un ouvert de  $\mathbb{R}$ , un fermé de  $\mathbb{R}$  ou ni l'un ni l'autre.
- 2) Déterminer les ensembles suivants :

$$\overline{A}, \overset{\circ}{A}, \overline{\overset{\circ}{A}}, \overset{\circ}{\overline{A}}, \overline{\overset{\circ}{\overline{A}}} \text{ et } \overset{\circ}{\overline{\overset{\circ}{\overline{A}}}}$$

**EXERCICE 3:** (3 points)

1) Pour  $n \in \mathbb{N}$ , trouver les valeurs d'adhérence des suites suivantes :

a.  $u_n = \frac{(-1)^n}{5}$

b.  $v_n = \sin\left(\frac{n\pi}{4}\right)$

Que peut-on conclure concernant leur convergence ?

2) Donner un exemple de suite qui ne converge pas et qui possède une unique valeur d'adhérence.

**EXERCICE 4:** (6 points)

Étudier les limites en  $(0,0)$  des fonctions suivantes définies sur  $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$  et à valeurs dans  $\mathbb{R}$ . En conclure à chaque fois si la fonction  $f$  est prolongeable ou non par continuité en  $(0,0)$ .

1)  $f(x, y) = \frac{x^2+y^2}{|x|+|y|}$

2)  $f(x, y) = \frac{x+2y}{x^2+y^2}$

3)  $f(x, y) = \frac{x^3+y^3}{x^2+y^2}$

4)  $f(x, y) = \frac{\sin(x^2)+\sin(y^2)}{\sqrt{x^2+y^2}} + \frac{1-\cos(xy)}{x^2y^2}$