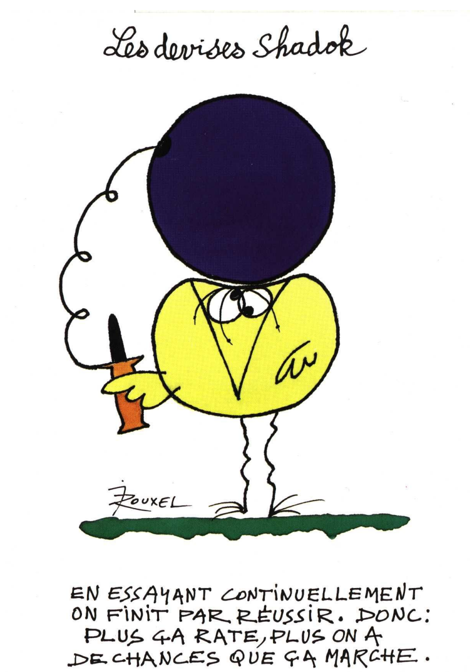
Examen de Théorie des Langages

Modalités

- Durée : **1h 30 minutes**
- Toutes vos affaires (sacs, vestes, trousse, etc.) doivent être placées à l'avant de la salle.
- Aucun document n'est autorisé.
- Aucune machine électronique ne doit se trouver sur vous ou à proximité, même éteinte.
- Aucun déplacement n'est autorisé.
- Aucune question au professeur n'est autorisé. Si vous pensez avoir détecté une erreur d'énoncé, expliquez les hypothèses que vous êtes amené à prendre pour continuer.
- Aucun échange, de quelque nature que ce soit, n'est autorisé.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- **La clarté et la précision de la rédaction seront prises en compte dans l'évaluation.**



Rappels et notations

Une anagramme d'un mot w est un mot obtenu par une permutation des lettres de w. Par exemple, Pascal Obispo est une anagramme de Pablo Picasso (et réciproquement).

Exercice 1. Langages réguliers (7 points)

Soit le langage $L = a^*b + ac$ sur l'alphabet $A = \{a, b, c\}$.

Question 1. Lister tous les mots de L dont la taille est inférieure ou égale à 3.

Question 2. Construire un automate fini non déterministe qui reconnaît les mots du langage L.

Question 3. Donner la mise en équation de l'automate et résoudre ce système.

Question 4. Effectuer la méthode des quotients gauches sur le langage obtenu et conclure.

Exercice 2. Langages algébriques (7 points)

Soit le langage $L = a^n b^* c^n$ sur l'alphabet $A = \{a, b, c\}$.

$$L = \{a^n\ w\ c^n\ /\ n \in \mathbb{N} \text{ et } w \in b^*\} = \{a^n\ b^p\ c^n\ /\ n \in \mathbb{N} \text{ et } p \in \mathbb{N}\}$$

Question 1. Lister tous les mots de L dont la taille est inférieure ou égale à 3.

Question 2. Construire un automate à pile qui reconnaît les mots du langage L.

Question 3. Écrire une grammaire sous forme normale de Chomsky qui reconnaît ce langage.

Question 4. Appliquer l'algorithme CKY pour vérifier l'appartenance du mot *aabcc* à ce langage.

Exercice 3. Langages récursivement énumérables (6 points)

Soit le langage L des mots $w = m_1\square m_2$ sur l'alphabet $A = \{0, 1\}$ tels que m_1 est une anagramme de m_2.

$$L = \{m_1\square m_2\ /\ m_1 \in A^*,\ m_2 \in A^* \text{ et } m_1 \text{ est une anagramme de } m_2\}$$

Question 1. Construire une machine de Turing qui reconnaît les mots du langage L.

Question 2. Écrire une grammaire de type 0 qui reconnaît ce langage.

Question 3. Donner une condition pour que votre grammaire soit de type 1 ?

Exercice 4. Bonus

Quelle anagramme de “logarithme” est issue du célèbre mathématicien Al-Khwârizmî ?