

Rattrapage de théorie des langages

EISTI ING1

Durée: 1h 30min

26 juin 2013

La clarté et la précision de la rédaction seront prises en compte dans l'évaluation.

Les réponses non justifiées ne seront pas prises en compte.

Aucun document autorisé.

Machines (ordinateurs et calculatrices) interdites.

Soit l'alphabet suivant : $\Sigma = \{\uparrow, \rightarrow, \downarrow, \leftarrow\}$.

À un mot $m \in \Sigma^*$, on associe naturellement le dessin $d(m)$ représenté par la figure 1, qui correspond au traçage de segments chacun de taille 1 dans la direction indiquée par un des symbole de Σ sans jamais lever la pointe d'écriture. Sur les exemples ci-dessous, le point de départ sera toujours le centre de la grille, qui est supposée de taille non bornée.

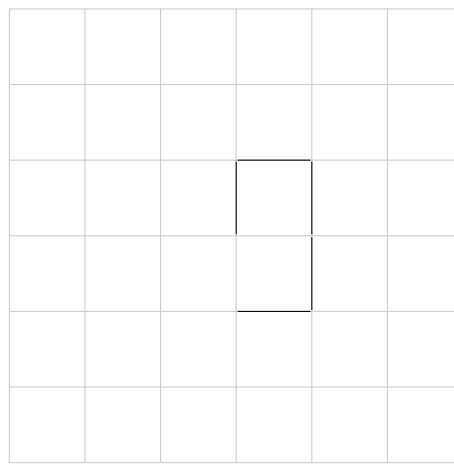


FIGURE 1 – Représentation de $d(\uparrow \rightarrow \downarrow \leftarrow)$

1. Soit l'automate de la figure 2 sur l'alphabet Σ . Expliquer pourquoi il n'est pas déterministe.
2. Expliquer en termes géométriques ce que représentent les mots reconnus par l'automate de la figure 2.
3. Utiliser la mise en équation de l'automate de la figure 2 et le lemme d'Arden afin de construire l'expression rationnelle associée au langage reconnu par cet automate.
4. Appliquer la technique des quotients gauches sur l'expression rationnelle trouvée ci-dessus afin de construire un automate déterministe équivalent à l'automate de la figure 2.
5. Écrire un automate à pile qui reconnaît le langage $L1$ constitué des mots dont la représentation graphique correspond à des figures dont tous les points sont à droite du point d'origine.

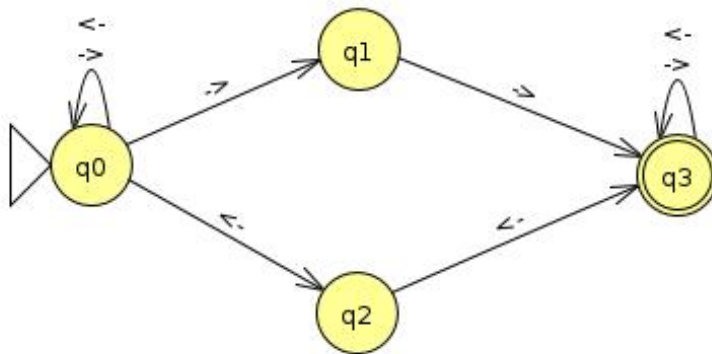


FIGURE 2 – Automate fini non déterministe

6. Construire une grammaire de type 2 qui reconnaît le langage L1.
7. Transformer cette grammaire sous forme normale de Chomsky.
8. Appliquer l'algorithme CKY pour vérifier que le dessin de la figure 3 représente bien un mot qui appartient au langage L1.

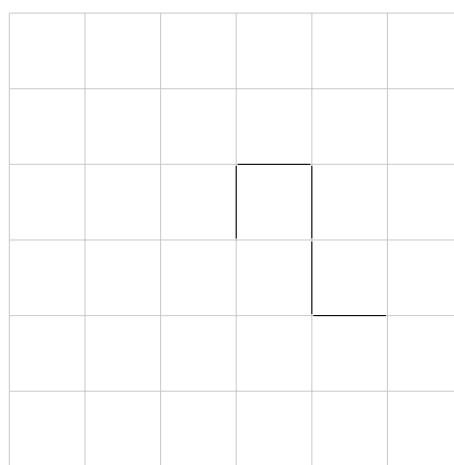


FIGURE 3 – Représentation graphique d'un mot de L1

9. Écrire une machine abstraite qui reconnaît le langage constitué des mots dont la représentation graphique correspond à des rectangles. On considèrera que le coin inférieur gauche est en (0,0) et que le premier pas est un \rightarrow . Les coordonnées de tous les points traversés seront donc positives ou nulles.
10. Pouvez-vous généraliser cette machine pour qu'elle reconnaisse tous les mots dont la représentation graphique est une forme fermée ? Si oui modifiez votre machine, sinon proposez-en une autre.

