



+1/1/60+



### Examen – Sujet n°1

ING1 – Génie Informatique – Optimisation linéaire  
Romain Dujol, Jean-Paul Forest  
Mercredi 10 mai 2017

Veuillez inscrire lisiblement vos nom et prénom ci-dessous.

Nom :	.....
Prénom :	.....

Veuillez également coder votre identifiant (numéro de badge EISTI) dans les cases ci-contre (noircir une case par chiffre et par colonne).

<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0
<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1
<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2
<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3
<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4
<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5
<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6
<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7
<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8
<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9

### Instructions

- Durée : 2 heures.
- Le sujet est composé de 8 pages.
- Vous devez répondre sur le sujet lui-même.
- Aucun document n'est autorisé.
- Il est interdit de dégrafer les feuilles du sujet.
- Vous devez rédiger votre copie à l'aide d'un stylo à encre sombre exclusivement.
- Lorsque vous devez cocher une case vous devez la remplir sans déborder.
- Toute rature ou inscription dans un espace non prévu sera sanctionnée.
- Aucune machine électronique ne doit se trouver sur vous ou à proximité, même éteinte.
- Les déplacements et les échanges sont interdits.

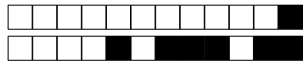
### Vrai/Faux

Pour chaque question :

- réponse correcte : +0,5 point ;
- pas de réponse : 0 point ;
- réponse incorrecte : -0,25 point.

**Question 1** Si les coefficients d'un problème d'optimisation linéaire sont tous entiers, alors son optimum a toutes ses coordonnées entières.

VRAI       FAUX



**Question 2** Il existe un algorithme de complexité polynomiale permettant de résoudre n'importe quel problème d'optimisation linéaire.

VRAI       FAUX

**Question 3** L'algorithme du simplexe est de complexité polynomiale en pire cas.

VRAI       FAUX

**Question 4** Pour qu'un problème d'optimisation soit linéaire, il faut et il suffit que la fonction à optimiser soit linéaire.

VRAI       FAUX

**Question 5** L'algorithme du simplexe termine toujours et ce, quelles que soient les règles de pivotage utilisées.

VRAI       FAUX

**Question 6** Les formes standard/équationnelles d'un problème d'optimisation linéaire et de son problème dual ont le même nombre de variables.

VRAI       FAUX

**Question 7** Si un problème d'optimisation linéaire admet un optimum, alors le problème d'optimisation linéaire en nombres entiers associé aussi.

VRAI       FAUX

**Question 8** Dans le cas d'une fonction à maximiser, la valeur de la dite fonction en l'optimum d'un problème d'optimisation linéaire est toujours supérieure ou égale à celle en l'optimum du problème d'optimisation linéaire en nombres entiers associé.

VRAI       FAUX

**Question 9** Tout problème d'optimisation linéaire admet un optimum.

VRAI       FAUX

**Question 10** Tout problème d'optimisation linéaire admet un problème dual.

VRAI       FAUX

## Exercice 1

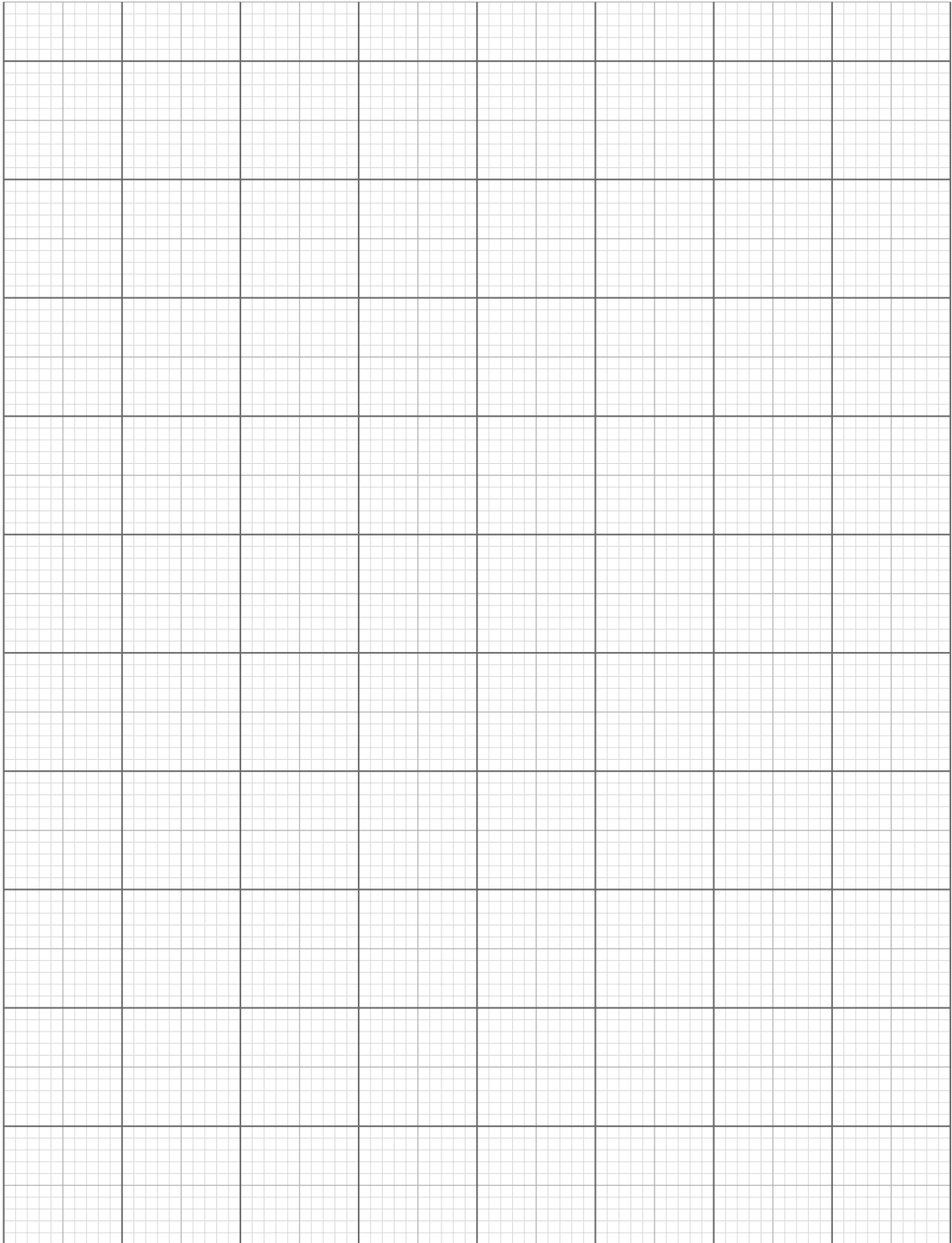
On considère le problème d'optimisation linéaire (P)  $\left\{ \begin{array}{l} \max \quad x_1 + 2x_2 \\ \quad \quad x_1 + 4x_2 \leq 8 \\ \quad \quad -x_1 + x_2 \leq -1 \\ \quad \quad x_1 + x_2 \leq 6 \\ \quad \quad x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right.$



+1/3/58+

**Question 11** Résoudre ( $P$ ) par la méthode géométrique.

Réservé au correcteur  A  B  C  D  E





+1/4/57+

**Question 12** Résoudre ( $P$ ) par l'algorithme du simplexe.

*Réservé au correcteur*  A  B  C  D  E

A large empty rectangular box intended for the student's solution to the question.

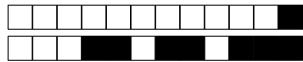


**Question 13** En déduire une résolution de  $(P')$   $\left\{ \begin{array}{l} \max \quad x_1 + 2x_2 \\ x_1 + 4x_2 \leq 8 \\ -x_1 + x_2 \leq -1 \\ x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1, x_2 \in \mathbb{N} \end{array} \right.$  en utilisant la méthode des coupes.

Réservé au correcteur  A  B  C  D  E

**Question 14** Reporter la (ou les) coupe(s) sur le graphique de la question 11.

Réservé au correcteur  A  B  C  D  E



### Exercice 2

Un constructeur automobile dispose de deux lignes de montage mixtes pour fabriquer trois types de modèles : monospace, berline et citadine.

On donne dans la table 150 le nombre de modèles produits par chaque ligne de montage par jour.

	Monospace	Berline	Citadine
Ligne de montage n° 1	1	1	1
Ligne de montage n° 2	1	2	5

TABLE 1 – Production journalière des lignes de montage

Le coût d’entretien journalier de chaque ligne de montage est évalué à dix mille euros pour la ligne de montage n° 1 et quarante mille euros pour la ligne de montage n° 2.

Le constructeur reçoit une commande de six monospaces, onze berlines et vingt-trois citadines.

**Question 15** Utiliser la théorie de la dualité pour déterminer le temps d’utilisation des lignes de montage nécessaire pour remplir la commande tout en assurant un coût d’entretien total minimal.

Réservé au correcteur  A  B  C  D  E

Réservé au correcteur  A  B  C  D  E

Réservé au correcteur  A  B  C  D  E

Réservé au correcteur  A  B  C  D  E



### Exercice 3

Soit le problème d'optimisation linéaire en nombres entiers

$$\left\{ \begin{array}{l} \max \quad 2x_1 - x_2 \\ x_1 + x_2 \leq 5 \\ 10x_1 + 6x_2 \leq 45 \\ x_1, x_2 \in \mathbb{N} \end{array} \right.$$

La figure 150 page suivante est l'arbre obtenu par séparation et évaluation (*branch and bound*) avec les règles :

- *choix du problème à traiter* : règle de la plus grande valeur ;
- *choix de la variable de séparation* : règle de la plus grande distance à un entier.

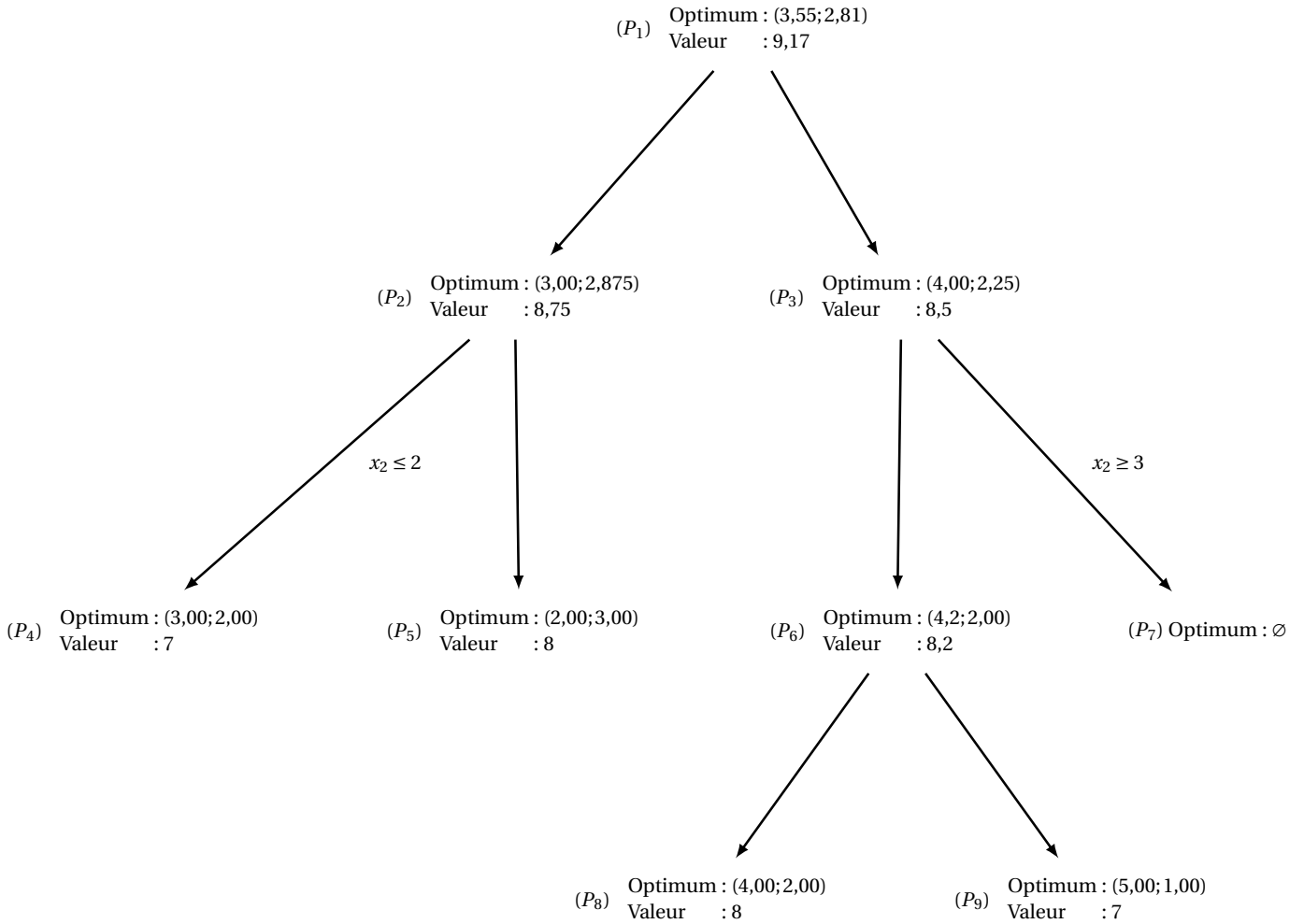


FIGURE 1 – Arbre obtenu par séparation et évaluation

**Question 16** Sous ces hypothèses, rajouter les contraintes manquantes dans l'arbre.

Réservé au correcteur  A  B  C  D  E

**Question 17** Proposer un ordre de traitement correct des nœuds de cet arbre et trouver un optimum du problème posé.

Réservé au correcteur  A  B  C  D  E