



+1/1/60+



Examen – Sujet n°1

ING1 – Génie Informatique – Optimisation linéaire
Romain Dujol, Jean-Paul Forest
Mardi 22 mai 2018

Veuillez inscrire lisiblement vos nom et prénom ci-dessous.

Nom :
Prénom :

Veuillez également coder votre identifiant (numéro de badge EISTI) dans les cases ci-contre (noircir une case par chiffre et par colonne).

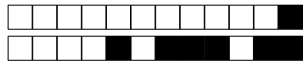
<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0
<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1
<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2
<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3
<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4
<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5
<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6
<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7
<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8
<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9

Instructions

- Durée : 2 heures.
- Le sujet est composé de 8 pages.
- Vous devez répondre sur le sujet lui-même.
- Aucun document n'est autorisé.
- Il est interdit de dégrafer les feuilles du sujet.
- Vous devez rédiger votre copie à l'aide d'un stylo à encre sombre exclusivement.
- Lorsque vous devez cocher une case vous devez la remplir sans déborder.
- Toute rature ou inscription dans un espace non prévu sera sanctionnée.
- Aucune machine électronique ne doit se trouver sur vous ou à proximité, même éteinte.
- Les déplacements et les échanges sont interdits.

Exercice 1

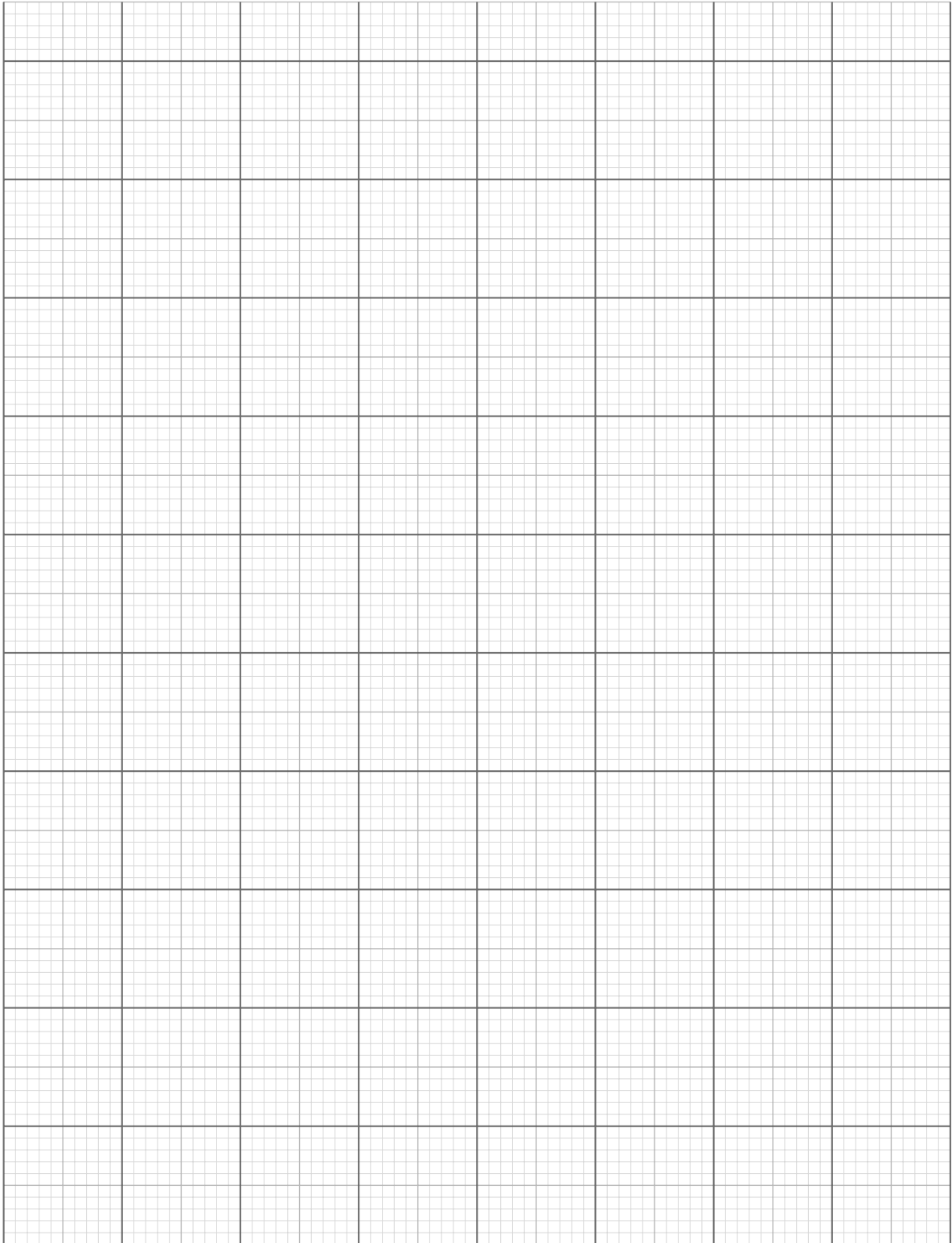
On considère le problème d'optimisation linéaire (P) $\left\{ \begin{array}{l} \max \quad x_1 + 2x_2 \\ \quad \quad \quad -x_2 \leq -1 \\ \quad \quad \quad x_2 \leq 3 \\ -x_1 + x_2 \leq 0 \\ \quad \quad x_1 + x_2 \leq 7 \\ x_1, \quad x_2 \geq 0 \end{array} \right. .$



+1/2/59+

Question 1 Résoudre (P) par la méthode géométrique.

Réservé au correcteur A B C D E





+1/3/58+

Question 2 Résoudre (P) par l'algorithme du simplexe. Donner l'interprétation géométrique de chaque itération.

Réservé au correcteur A B C D E



Exercice 2

Soit le problème d'optimisation linéaire (P_2) $\left\{ \begin{array}{l} \max \quad 10x_1 + 11x_2 \\ 10x_1 + 12x_2 \leq 59 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right.$.

Question 3 Résoudre (P_2) en appliquant la règle du plus grand coefficient pour le choix de la variable entrante. Montrer que cette règle n'est pas optimale en nombre d'itérations pour ce problème.

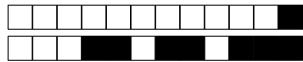
Réservé au correcteur A B C D E



Exercice 3

Question 4 Résoudre $\left\{ \begin{array}{l} \max \quad -x_1 + 2x_2 \\ -3x_1 + x_2 \leq 0 \\ 3x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right.$ en utilisant la méthode des coupes.

Réservé au correcteur A B C D E



Exercice 4

Soit le problème d'optimisation linéaire en nombres entiers

$$\begin{cases} \max & 2x_1 - x_2 \\ & x_1 + x_2 \leq 5 \\ & 10x_1 + 6x_2 \leq 45 \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{N} \end{cases}$$

La figure 170 est l'arbre obtenu par séparation et évaluation (*branch and bound*) avec les règles :

- *choix du problème à traiter* : règle de la plus grande valeur;
- *choix de la variable de séparation* : règle de la plus grande distance à un entier.

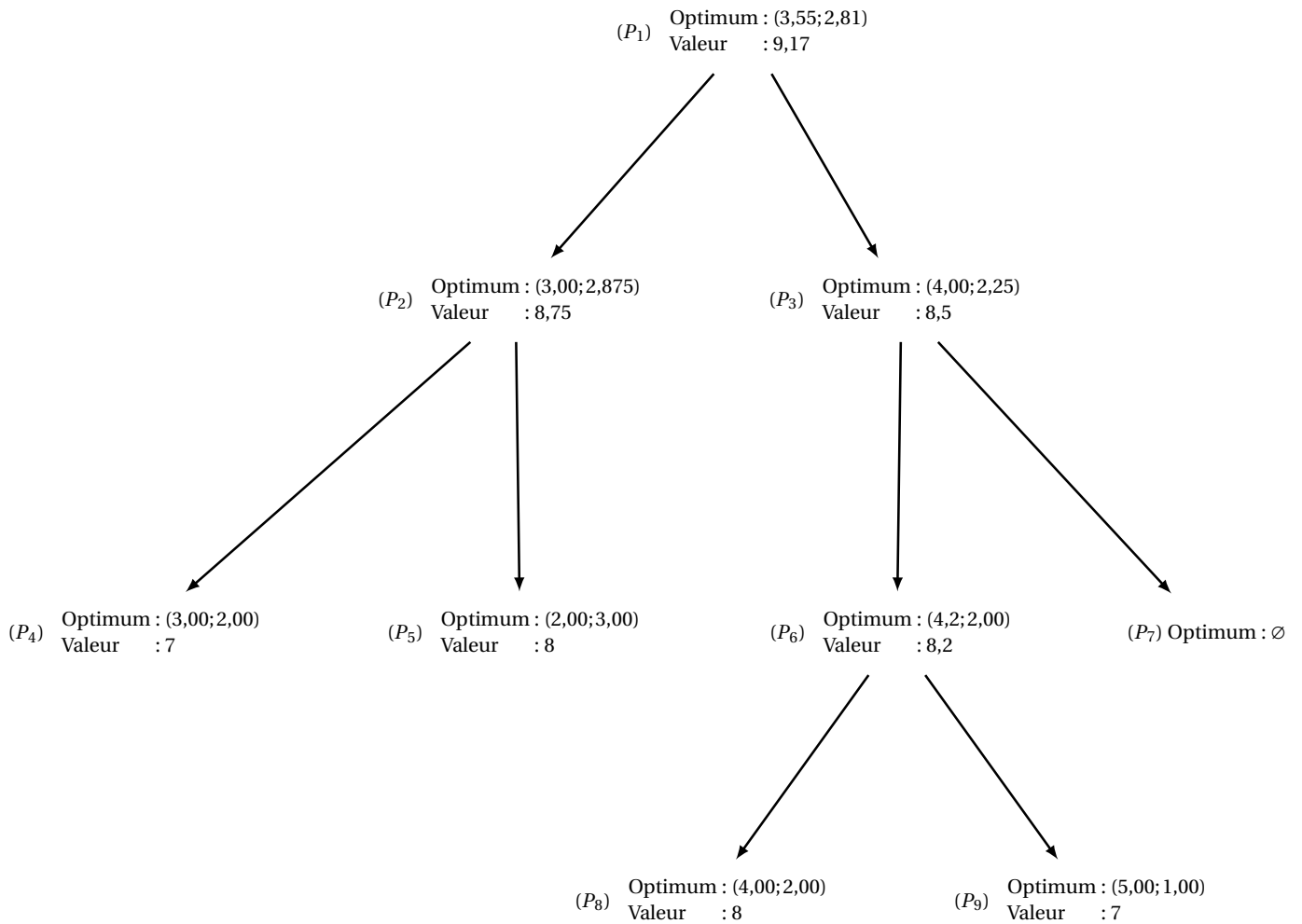


FIGURE 1 – Arbre obtenu par séparation et évaluation



+1/7/54+

Question 5 Sous ces hypothèses, rajouter les contraintes manquantes dans l'arbre.

Réservé au correcteur A B C D E

Question 6 Proposer un ordre de traitement correct des nœuds de cet arbre et trouver un optimum du problème posé.

Réservé au correcteur A B C D E

Exercice 5

Soit le problème d'optimisation linéaire

$$\left\{ \begin{array}{llll} \max & x_1 & +6x_2 & +13x_3 \\ & x_1 & & \\ & & +x_2 & \\ & x_1 & +x_2 & +x_3 \\ & & x_2 & +x_3 \\ & x_1, & x_2 & \end{array} \right. \begin{array}{l} \leq 200 \\ \leq 300 \\ \leq 400 \\ \leq 600 \\ \geq 0 \end{array}$$

Question 7 Pour chacun des candidats suivants, justifier si c'est un optimum ou non :

- candidat 1 : (200,200, 0) ;
- candidat 2 : (0,300,300) ;
- candidat 3 : (200,300, 0).

Réservé au correcteur A B C D E

Réservé au correcteur A B C D E

Réservé au correcteur A B C D E



+1/8/53+

