



+1/1/60+



## Examen – Sujet n°1

ING1 – Génie Informatique – Optimisation linéaire  
Romain Dujol, Jean-Paul Forest  
Lundi 13 mai 2019

Veillez inscrire lisiblement vos nom et prénom ci-dessous.

NOM : .....
Prénom : .....

Veillez également coder votre identifiant (numéro de badge EISTI) dans les cases ci-contre (noircir une case par chiffre et par colonne).

<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0
<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1
<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2
<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3
<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4
<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5
<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6
<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7
<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8
<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9

### Instructions

- Durée : 2 heures.
- Le sujet est composé de 9 pages.
- Vous devez répondre sur le sujet lui-même.
- Aucun document n'est autorisé.
- Il est interdit de dégrafer les feuilles du sujet.
- Vous devez rédiger votre copie à l'aide d'un stylo à encre sombre exclusivement.
- Lorsque vous devez cocher une case vous devez la remplir sans déborder.
- Toute rature ou inscription dans un espace non prévu sera sanctionnée.
- Aucune machine électronique ne doit se trouver sur vous ou à proximité, même éteinte.
- Les déplacements et les échanges sont interdits.

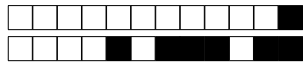
### Exercice 1

Une petite entreprise métallurgique est spécialisée dans la production de deux alliages :

- le *maillechort* ou *argentan* (60% de cuivre, 30% de zinc et 10% de nickel) dont le prix de revient est de cinquante euros le kilo ;
- le *virenium* (80% de cuivre, 10% de zinc et 10% de nickel) dont le prix de revient est de quarante euros le kilo.

Chaque semaine, l'entreprise est approvisionnée avec 3,6 kg de cuivre, 1,2 kg de zinc et 0,5 kg de nickel.

L'entreprise aimerait connaître les quantités optimales des deux alliages assurant la recette maximale, la valeur de ladite recette maximale et, le cas échéant, la quantité non utilisée pour chacun des trois métaux.



**Question 1** Formuler l'énoncé sous la forme d'un problème d'optimisation linéaire ( $P_1$ ).

Réservé au correcteur  0%  25%  50%  75%  100%

**Question 2** Quelles sont les variables de décision ?

Réservé au correcteur  0%  25%  50%  75%  100%

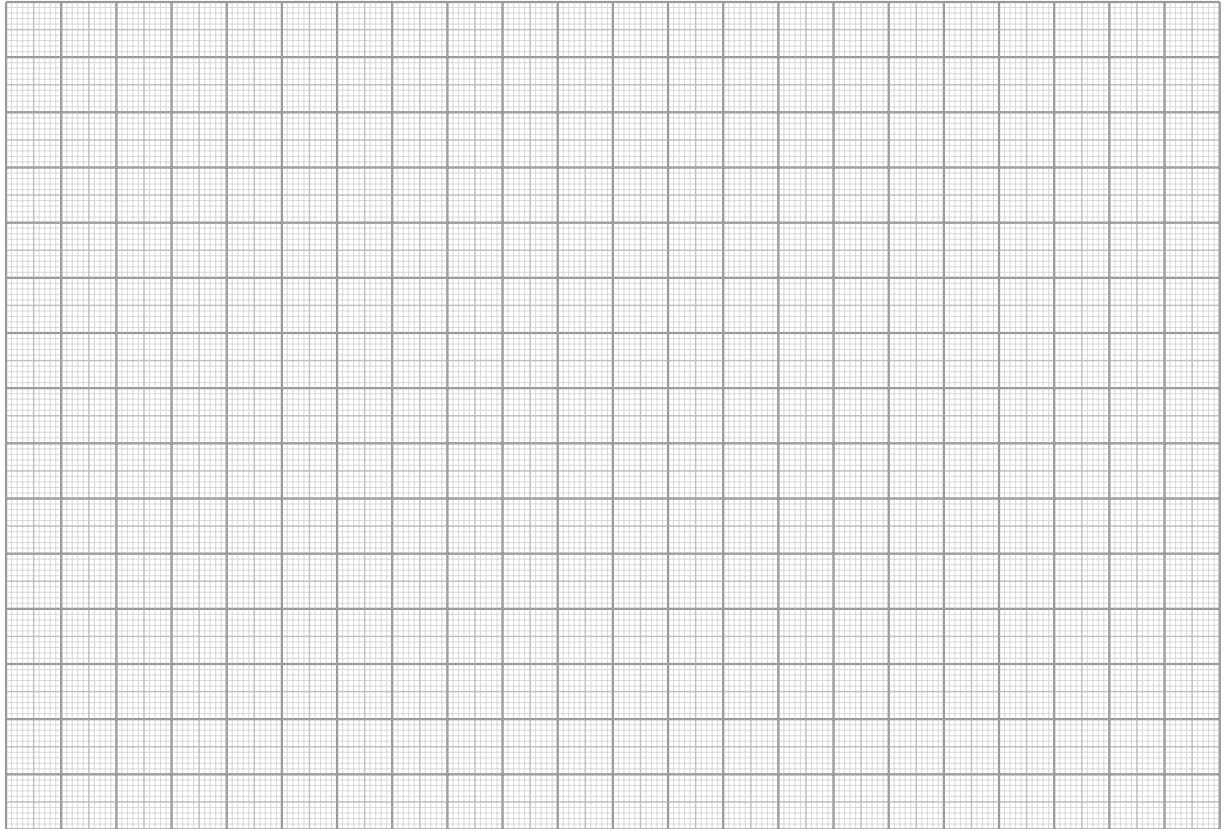
**Question 3** Que modélise chacune des contraintes ?

Réservé au correcteur  0%  25%  50%  75%  100%



**Question 4** Résoudre ( $P_1$ ) par la méthode géométrique.

Réservé au correcteur  0%  25%  50%  75%  100%



**Question 5** Répondre aux interrogations de l'entreprise.

Réservé au correcteur  0%  25%  50%  75%  100%

**Question 6** Pouvait-on s'attendre à ce qu'il ait du surplus ? Justifier.

Réservé au correcteur  0%  25%  50%  75%  100%



## Exercice 2

**Question 7** Rappeler la formulation du problème (CS) d'optimisation linéaire en nombres entiers associée au problème de couverture minimale de sommets sur le graphe complet à trois sommets  $K_3$ .

Réservé au correcteur  0%  25%  50%  75%  100%

Dans le reste de l'exercice, on considère une version simplifiée  $(P_{\mathbb{N}})$  du problème (CS) ainsi que sa version relaxée  $(P_{\mathbb{R}})$  :

$$(P_{\mathbb{N}}) \left\{ \begin{array}{l} \min \quad x_1 + x_2 + x_3 \\ x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1 + x_3 \geq 1 \\ x_2 + x_3 \geq 1 \\ x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{N} \end{array} \right. \quad (P_{\mathbb{R}}) \left\{ \begin{array}{l} \min \quad x_1 + x_2 + x_3 \\ x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1 + x_3 \geq 1 \\ x_2 + x_3 \geq 1 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \right.$$

**Question 8** Écrire le problème dual  $(D_{\mathbb{R}})$  du problème  $(P_{\mathbb{R}})$ .

Réservé au correcteur  0%  25%  50%  75%  100%

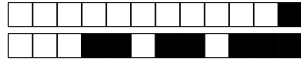


+1/5/56+

**Question 9** Résoudre le problème dual ( $D_{\mathbb{R}}$ ).

(À chaque itération, on pourra choisir n'importe quelle variable entrante valide.)

Réservé au correcteur  0%  25%  50%  75%  100%



**Question 10** En utilisant la théorie de la dualité, déterminer l'optimum de  $(P_{\mathbb{R}})$ .

Réservé au correcteur  0%  25%  50%  75%  100%

**Question 11** En déduire que l'optimum de  $(P_{\mathbb{R}})$  est également l'optimum du problème relaxé de (CS).

Réservé au correcteur  0%  25%  50%  75%  100%



**Question 12** Résoudre le problème ( $P_{\mathbb{R}}$ ) sans utiliser la théorie de la dualité à l'aide de l'algorithme des deux phases si nécessaire. (À chaque itération, on pourra choisir n'importe quelle variable entrante valide.)

Réservé au correcteur  0%  25%  50%  75%  100%



**Question 13** Résoudre ( $P_N$ ) en utilisant la méthode des coupes et vérifier que l'optimum trouvé est également l'optimum de (CS). On pourra utiliser, sans les refaire, les calculs intermédiaires effectués dans la question précédente.

Réservé au correcteur  0%  25%  50%  75%  100%



**Question 14** Résoudre  $(P_N)$  en utilisant la méthode de séparation et évaluation et vérifier que l'optimum trouvé est également l'optimum de (CS). *On pourra utiliser, sans les refaire, les calculs intermédiaires effectués dans les questions précédentes.*

Réservé au correcteur  0%  25%  50%  75%  100%