
EISTI – DEPARTEMENT MATHEMATIQUES
EXAMEN DE STATISTIQUE INFERENCELLE

6 juin 2017 – Durée 2h00

*La consultation et l'échange de documents sont interdits
Les calculatrices sont autorisées
L'utilisation de 3 feuilles manuscrites recto-verso format A4 est autorisée*

!!!!!! Ne pas oublier de rendre la feuille jointe avec votre nom et prénom !!!!!!!

Barème sur 30 donné à titre indicatif

Exercice 1 (5 points)

A compléter directement sur la feuille

Exercice 2 (8 points)

Soit un échantillon X_1, \dots, X_n issu d'une variable aléatoire X définie par sa fonction de densité,

$$f_{\theta}(x) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{1}{\theta}x} \mathbf{1}_{]0; +\infty[}(x)$$

où $\theta > 0$. On sait que $E(X) = \theta$ et $V(X) = \theta^2$.

- 1) Montrez que \bar{X} la moyenne de l'échantillon est l'estimateur du maximum de vraisemblance de θ .
- 2) Est-ce que l'estimateur est sans biais ?
- 3) Quel est son risque quadratique ?
- 4) Est-il efficace ?

Exercice 3 (5 points)

Le poids moyen d'un échantillon de 49 enfants nés au mois de janvier 2004 dans l'hôpital de Charleville-Mézière a été de 3,6kg avec un écart-type estimé de 0,5kg.

- 1) Déterminez un intervalle de confiance à 95% pour le poids moyen des nouveaux nés de cet hôpital.
- 2) Quel serait le niveau de confiance d'un intervalle de longueur 0,1kg centré en 3,6kg pour ce poids moyen ?

Exercice 4 (7 points)

Des études en psychologie du développement ont montré qu'à l'âge de 12 mois, 50% des bébés marchent. On souhaite mener une étude sur les retards de développement des bébés prématurés. On souhaite savoir si les bébés prématurés marchent plus tardivement. Pour cela, on observe un échantillon de 80 bébés prématurés.

- 1) Etablissez les hypothèses du test.
- 2) Quelle est la statistique du test (variable de décision) et sa loi ? Justifiez.
- 3) Déterminez la région critique en fonction d'un ou deux seuils.
- 4) Calculez la ou les valeurs du ou des seuils.

5) A 12 mois, 35 de ces 80 bébés marchent. Quelle conclusion peut-on en tirer ?

Exercice 5 (5 points)

On souhaite vérifier que toutes les couleurs sont équitablement représentées dans un paquet de M&M's. Sur 100 bonbons, on a la répartition suivante

Couleur	Jaune	Rouge	Orange	Bleu	Marron	Vert
Effectif	15	12	23	23	12	15

- 1) Quel test doit-on mettre en place pour répondre à la question ? Précisez
 - les hypothèses
 - la statistique du test (variable de décision) et sa loi sous H_0
 - la région critique en fonction d'un seuil C
 - la (les) condition(s) d'application du test
- 2) Etablissez le test pour un risque $\alpha=5\%$ et répondez à la question.

NOM :

PRENOM :

Question 1

On effectue le test

$$H_0 : \mu=0$$

$$H_1 : \mu>0$$

La statistique du test suit une loi normale. Si on augmente la valeur du seuil de décision, alors l'erreur

β augmente

β diminue

α augmente

α diminue

Question 2

On souhaite savoir si la consommation de crème solaire dépend de la région où on habite. On a obtenu les résultats suivants

<i>Source des variations</i>	<i>Somme des carrés</i>	<i>Degré de liberté</i>	<i>Moyenne des carrés</i>	<i>F</i>	<i>Valeur critique pour F</i>
Expliquée	182,46	3	60,82	70,35	2,65
Résiduelle	165,98	192	0,86		
Total	348,45	195			

1) Quel est le nom du test :

2) Combien de régions on été étudiées :

3) Combien de personnes ont été interrogées :

4) Quelle est l'hypothèse H_0 :

5) Quelle est l'hypothèse H_1 :

6) Quelle est la conclusion du test :

Question 3

Voici une liste de tests statistiques

Test de Student, Test de l'ANOVA, Test de Fisher, Test du chi-deux, Test de Shapiro, Test de Wilcoxon

Pour chaque situation, précisez le test correspondant et les conditions d'application du test.

1) On souhaite savoir si le PIB d'un pays dépend du continent :

2) On souhaite savoir si la variabilité de la production deux chaînes de fabrication d'un même produit est la même :

3) On souhaite savoir si la distribution d'un échantillon suit une loi normale :

4) On souhaite comparer le temps d'exécution de deux programmes :