



Machine learning, optimisation et intelligence artificielle Principes et algorithmes

← Veuillez coder votre numéro d'étudiant ci-contre, et écrire votre nom dans la case ci-dessous. Ce numéro se trouve après votre date de naissance sur votre carte étudiante. La première colonne code le premier chiffre, ...

- 0 0 0 0 0 0 0
- 1 1 1 1 1 1 1
- 2 2 2 2 2 2 2
- 3 3 3 3 3 3 3
- 4 4 4 4 4 4 4
- 5 5 5 5 5 5 5
- 6 6 6 6 6 6 6
- 7 7 7 7 7 7 7
- 8 8 8 8 8 8 8
- 9 9 9 9 9 9 9

NOM
Prénom
.....
.....

Durée : 2h00
Les documents de cours et vos notes personnelles sont **interdits**.
L'usage de la **calculatrice** est **autorisé**.
Les questions sont **interdites**.

Veillez répondre aux questions ci-dessous du mieux que vous pouvez. Les questions ♣ peuvent comporter plusieurs réponses correctes. Les autres questions ne comportent qu'une seule bonne réponse. Penser à rendre avec votre copie, le sujet que vous aurez correctement rempli.

Questions à choix multiples (4 points)

- Question 1** Combien de noeuds doit-on parcourir au pire des cas pour trouver un sommet de profondeur 3 dans un graphe dont le facteur de branchement vaut 2 en utilisant le parcours en profondeur ?
- 1 + 2 + 4 + 8
 - 3
 - 1 + 3 + 9
 - ∞
- Question 2** Pourquoi l'approche minimax marche-t-elle pour les échecs mais pas pour le go ?
- les informaticiens n'ont pas suffisamment essayé car le go n'est pas assez vendeur
 - il n'y a pas assez de bases de données référençant les "bonnes" situations du go
 - la combinatoire du nombre de parties du go est beaucoup plus importante qu'aux échecs
 - les règles du go sont trop compliquées
- Question 3** Quelle spécificité trouve-t-on dans l'algorithme Monte Carlo ?
- il a été découvert ces dix dernières années
 - il utilise une file de priorité
 - il est utilisé uniquement pour des jeux
 - il utilise une fonction simulant l'aléatoire



Question 4 ♣ Parmi les trois méthodes de classification suivantes, quelle(s) est (sont) celle(s) qui permet(tent) de mixer variables quantitatives et qualitatives ?

- Réseaux de neurones
- Arbres de décision
- Naive Bayes
- Aucune de ces réponses n'est correcte.

Questions ouvertes (4 points)

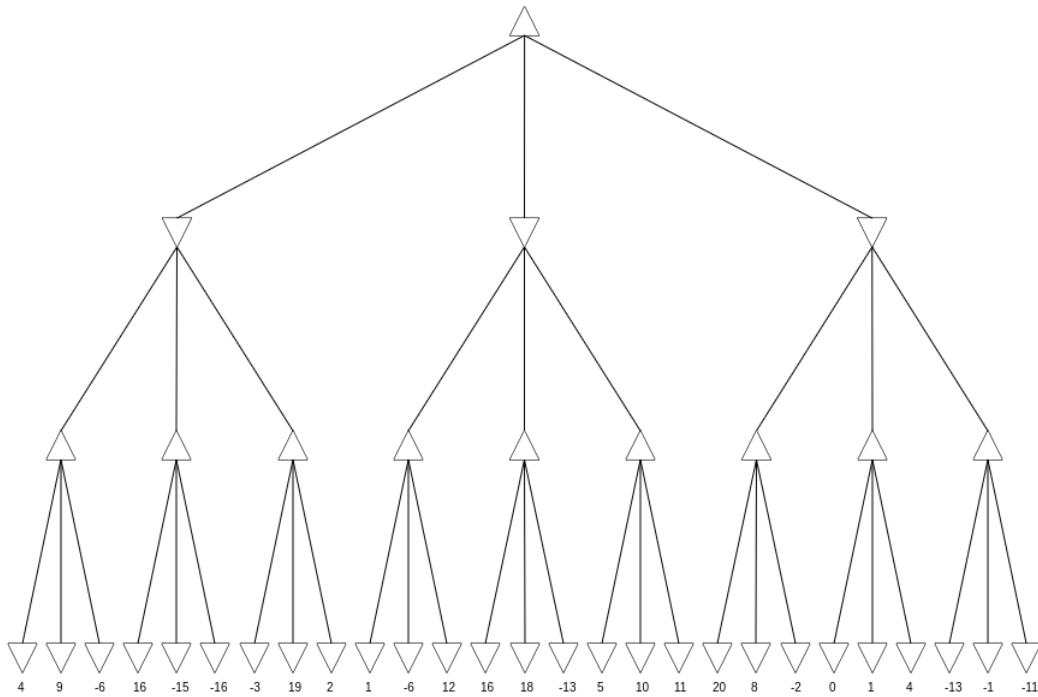


FIGURE 1 – arbre

Question 5 Appliquer l'algorithme minimax avec coupure alpha-bêta sur l'arbre de la figure 1. Les triangles pointant vers le haut correspondent à des Max et ceux pointant vers le bas à des Min.

Vous marquez dans chaque noeud évalué la valeur calculée.

- A B C D E

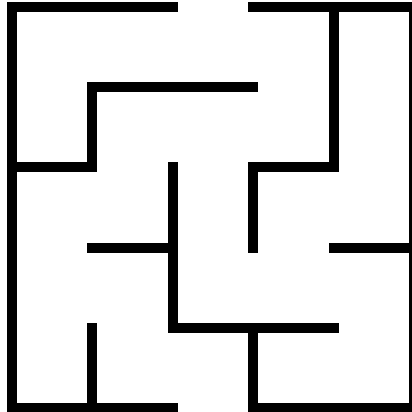


FIGURE 2 – labyrinthe

Question 6 Veuillez remplir l'ensemble des cases du labyrinthe de la figure 2 visitées par l'algorithme A* avec comme heuristique la distance de Manhattan. Vous remplirez les cases avec les couples (g, h) de l'algorithme. Chaque case est désignée en notation matricielle par un couple (numeroLigne,numeroColonne). L'entrée du labyrinthe est en (1,3) et la sortie en (5,3).

A B C D E

Apprentissage (4 points)

On cherche à prédire une variable binaire Y en fonction de deux variables continues X_1 et X_2 . L'objectif est donc de trouver

$$\max_{k \in \{0,1\}} P(Y = k | X_1 = x_1, X_2 = x_2)$$

En appliquant la formule de Bayes et en supposant que X_1 et X_2 sont indépendantes, cela revient à déterminer

$$\max_{k \in \{0,1\}} P(Y = k) \times f_{X_1|Y=k}(x_1) \times f_{X_2|Y=k}(x_2)$$

où $f_{X_i|Y=k}$ est la fonction de densité de la variable X_i dans la classe Y .

Sur une base d'apprentissage de 100 individus, nous obtenons les résumés numériques du tableau de la figure 3.

		X_1		X_2	
	effectif	moyenne	variance	moyenne	variance
Y=0	40	1	4	-1	1
Y=1	60	0	4	2	9

FIGURE 3 – tableau



Question 7 Donnez une estimation de $P(Y = k)$ pour $k = 0$ et $k = 1$

A B C D E

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 8 Si on suppose que $X_i|Y = k$ suit une loi normale (rappel de la fonction de densité de la loi normale à la fin de l'exercice ^a), écrivez les fonctions de densité de X_1 et X_2 à l'intérieur de chaque classe.

A B C D E

.....

.....

.....

.....

.....

.....

a. N.B. Pour $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, la fonction de densité est $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}$



Question 9 Quelle classe sera prédite pour un nouvel individu tel que $X_1 = 0$ et $X_2 = 0$?
Justifiez votre résultat. A B C D E

.....

.....

.....

.....

.....

.....

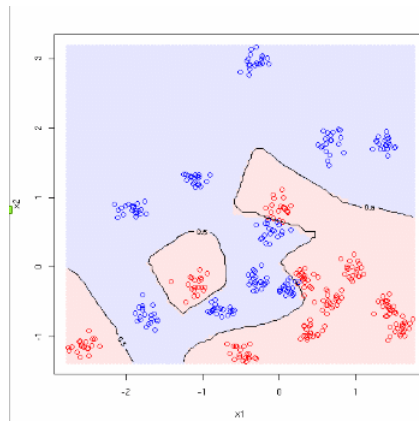
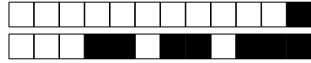


FIGURE 4 – graphique



Question 10 La base d'apprentissage est représentée sur le graphique de la figure 4. Pensez-vous que la méthode de classification Naive Bayes est adaptée au problème ? Si non, quelle(s) méthode(s) proposez-vous ? Justifiez votre réponse. A B C D E

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice Transport (4 points)

Soit le problème de transport suivant :

	E	F	G	H	Offre
A	19	30	50	10	7
B	70	30	40	60	9
C	40	8	70	20	18
Demande	5	8	7	14	34

Appliquer l'algorithme en deux phases pour résoudre ce problème. La phase I sera obligatoirement effectuée avec l'algorithme de Balas-Hammer et la phase II avec l'algorithme de stepping stone. Donner le coût obtenu à la fin de chacune des deux phases.



Question 12 Phase II : Stepping stone

A B C D E

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice Noyau de graphe (4 points)

On considère un jeu à deux joueurs sur une grille carrée avec des cases (x, y) telles que $0 \leq x \leq 10$ et $0 \leq y \leq 10$. Un unique pion est placé sur cette grille. Chaque joueur peut à son tour soit :

- déplacer le pion vers la gauche d'au moins une case ;
- déplacer le pion vers le bas d'au moins une case.

Le joueur gagnant est le premier qui atteint la case $(0,0)$.



Question 13 Qu'est-ce que le noyau d'un graphe de jeu ?

A B C D E

.....

.....

.....

.....

.....

Question 14 Comment le calcule-t-on ?

A B C D E

.....

.....

.....

.....

.....



Question 16 Qu'est-ce qu'une stratégie ? Qu'est-ce qu'une stratégie gagnante ?

A B C D E

.....

.....

.....

.....

.....



Question 18 Montrer que ce problème est équivalent à une version du jeu de Nim que l'on précisera.

A B C D E

.....

.....

.....

.....

.....