
KHÔLLE 8A - 11 AVRIL 2019

ALGÈBRE

1. Espaces vectoriels : familles génératrices, familles libres, bases, dimension
2. Sous-espaces vectoriels en somme directe, supplémentaires
3. Rang d'une famille finie de vecteurs
4. Applications linéaires
5. Endomorphismes, isomorphismes, automorphismes
6. Image et noyau d'une application linéaire, injectivité, surjectivité
7. Théorème du rang

Démonstrations exigibles :

1. Si E est un espace vectoriel de dimension finie :
 F et G sont deux s.e.v. supplémentaires dans $E \Leftrightarrow$ au moins deux parmi les trois propriétés suivantes sont vérifiées :
 - 1) $F + G = E$
 - 2) $F \cap G = \{0\}$
 - 3) $\dim(F) + \dim(G) = \dim(E)$.
2. Soit $f : E \rightarrow F$ une application linéaire :
 - (a) E' s.e.v. de $E \Rightarrow f(E')$ s.e.v. de F .
 - (b) F' s.e.v. de $F \Rightarrow f^{-1}(F')$ s.e.v. de E .
 - (c) f est injective $\Leftrightarrow \text{Ker}(f) = \{0_E\}$.
 - (d) (e_1, \dots, e_n) engendre $E \Rightarrow (f(e_1), \dots, f(e_n))$ engendre $\text{Im}(f)$.
 - (e) f est injective et (e_1, \dots, e_n) est libre $\Rightarrow (f(e_1), \dots, f(e_n))$ est libre.

ANALYSE

1. Dérivabilité
2. Dérivées successives et formule de Leibniz
3. Théorème de Rolle - Théorème des accroissements finis
4. Développements limités : définition et premières propriétés

T.S.V.P.

Démonstrations exigibles :

1. Théorème de Rolle - Théorème des accroissements finis
2. Si $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ est dérivable en un point a intérieur à I , alors :
 f admet un extremum local en $a \Rightarrow f'(a) = 0$.
3. Si $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ dérivable sur I , alors :
 f est croissante sur $I \Leftrightarrow \forall a \in I, f'(a) \geq 0$.
4. Unicité du développement limité