



Cycle préparatoire 2^{ème} année

Devoir surveillé n° 1

Romain Dujol

Matière : **Intégration & Probabilités**

Date : **Vendredi 13 mars 2020**

Appareils électroniques et documents interdits

Durée : **2 heures**

Nombre de pages : **1**

Le barème est donné à titre indicatif.

Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la précision des justifications.

Si vous êtes amené à repérer ce qui peut vous sembler être une erreur d'énoncé, vous la signalerez sur votre copie et devrez poursuivre votre composition en expliquant les raisons des initiatives que vous êtes amené à prendre.

◇◇

Exercice 1 (5 points). Étudier l'intégrabilité des fonctions suivantes sur leur espace de départ.

a. $f_1:]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$
 $t \mapsto \frac{1}{e^t - 1}$

b. $f_2: [1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$
 $t \mapsto e^{-\sqrt{\ln t}}$

c. $f_3: \left[0, \frac{\pi}{2}\right[\rightarrow \mathbb{R}$
 $t \mapsto \tan t$

d. [QUESTION HORS-BARÈME] $f_4: \left[0, \frac{\pi}{2}\right[\rightarrow \mathbb{R}$
 $t \mapsto \sqrt{\tan t}$

[Indication : On pourra considérer le changement de variable $u = \sqrt{\tan t}$.]

Exercice 2 (9 points). Montrer que les fonctions suivantes sont intégrables sur leur espace de départ et calculer leur intégrale.

a. $f_1: [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$
 $t \mapsto \frac{\arctan t}{1 + t^2}$

b. $f_2:]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$
 $t \mapsto \frac{e^{-\sqrt{t}}}{\sqrt{t}}$

c. $f_3: [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ [Indication : On pourra considérer le changement de variable $u = e^t$.]
 $t \mapsto \frac{1}{1 + \operatorname{ch} t}$

Exercice 3 (6 points).

Déterminer les valeurs de $\alpha \in \mathbb{R}$ pour lesquelles $t \mapsto \frac{t^\alpha + t^{2-\alpha}}{t^3 + \sqrt{t}}$ est intégrable sur $]0, +\infty[$.