



Cycle préparatoire 2^{ème} année
Devoir surveillé n° 2

Romain Dujol

Matière : Intégration & Probabilités

Date : Jeudi 7 mai 2020

Appareils électroniques et documents autorisés

Durée : 2 heures

Nombre de pages : 1

Le barème est donné à titre indicatif.

Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la précision des justifications.

Si vous êtes amené à repérer ce qui peut vous sembler être une erreur d'énoncé, vous la signalerez sur votre copie et devrez poursuivre votre composition en expliquant les raisons des initiatives que vous êtes amené à prendre.

◇◇

Exercice 1 (3 points). Soit a un réel strictement positif et $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x^2 + y^2 \leq a^2, 0 \leq z \leq a\}$.

Calculer $\iiint_{\Omega} \sqrt{x^2 + y^2} \cdot z \, dx \, dy \, dz$.

Exercice 2 (9 points). Soit $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x^2 + y^2 - 2x \leq 0\}$.

a. Identifier D et le représenter graphiquement.

b. Calculer $\iint_D (x^2 + y^2) \, dx \, dy$ de deux manières :

(i) sans le théorème de GREEN-RIEMANN ;

(ii) avec le théorème de GREEN-RIEMANN.

Exercice 3 (8 points). Le gérant d'une laverie dispose d'une machine à laver fonctionnant en continu. Il a constaté que :

- si la machine fonctionne un jour donné, alors elle sera en panne le lendemain avec une probabilité $p \in]0, 1[$;
- si la machine est en panne un jour donné, alors elle fonctionnera le lendemain avec une probabilité $q \in]0, 1[$.

On convient que le 0^{ème} jour correspond à la mise en service de la machine et qu'elle fonctionne ce jour-là.

- a. Soit n un entier naturel. Quelle est la probabilité p_n que la machine fonctionne le $n^{\text{ème}}$ jour ?
- b. En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} p_n$.