

**E.I.S.T.I. - Département Mathématiques**

**1<sup>re</sup> Année Ingénieurs**

**GM**

**Statistique**

**TD2**

### **Exercice 1**

Soit  $X$  une variable aléatoire qui suit la loi de Bernoulli de paramètre  $p$  que l'on se propose d'estimer à partir d'un échantillon  $X_1, \dots, X_n$ .

1. Déterminer la fonction de vraisemblance, et déterminer l'emv  $T_n$  de  $p$ .
2. L'estimateur  $T_n$  est-il efficace ?

### **Exercice 2**

Soit  $X$  une variable de poisson de paramètre (inconnu)  $m$  et  $X_1, \dots, X_n$  un  $n$ -échantillon de  $X$ .

1. Ecrire la fonction du maximum de vraisemblance et calculer l'estimateur du maximum de vraisemblance.
2. L'estimateur trouvé est-il efficace ?

### **Exercice 3**

Soit  $X$  une variable aléatoire dont la densité  $f(.,\lambda)$  est donné par :

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x, \lambda) = \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{x}{\lambda}} \text{ si } x \geq 0 ; \lambda > 0 \\ f(x, \lambda) = 0 \text{ si } x \leq 0 \end{array} \right\}$$

1. Calculer  $E(X)$  et  $V(X)$
2. Pour estimer le paramètre  $\lambda$ , on considère un  $n$ -échantillon  $X_1, \dots, X_n$  de  $X$ . Calculer l'estimateur du maximum de vraisemblance  $\tilde{\Lambda}$  de  $\lambda$ .

3. Calculer  $E(\tilde{\Lambda})$  et  $V(\tilde{\Lambda})$
4. l'estimateur  $\tilde{\Lambda}$  est-il efficace ?

## Exercice 4

Soit  $X$  une v.a. de densité de probabilité  $f$  définie par :

$$f(x, \lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\lambda}} e^{-\frac{x^2}{2\lambda}} ; \lambda \in \mathbb{R}_+^* ; x \in \mathbb{R}$$

1. Reconnaître la v.a.  $X$  et donner, sans calcul,  $E(X)$  et  $V(X)$ .
2. Montrer que le moment d'ordre 4 de  $X$  est  $3\lambda^2$ .
3. Déterminer l'estimateur du maximum de vraisemblance de  $\lambda$ .
4. Montrer que l'estimateur trouvé est efficace.