$\mathbb{P}(X+Y<4)=\frac{1}{210}\int_2^4\int_0^{4-x}(2x+y)\,dx\,dy=\frac{2}{35}.$

Sachant que $P(X+Y<4)=P((X,Y)\in A)$, où $A=\{(a,b)\in R^2 \text{ t.q. } a+b<4\}$, et que le vecteur alé atoire $(X,Y)'$ admet une densité , donné e par l'é noncé , et noté e par $f_{(X,Y)}$, on obtient donc d'aprè s la dé finition d'une densité :

$P(X+Y<4)=\iint\limits_A f_{(X,Y)}(a,b)\lambda_2(a,b)=\iint\limits_{\mathbb{R}^2} f_{(X,Y)}(a,b)1_A(a,b)\lambda_2(a,b)$, où , où λ_2 est la mesure de Lebesgue sur $\left(R^2,B(R^2)\right)$.

Or $\lambda_2=\lambda_1\times\lambda_1$, d'où $P(X+Y<4)=\iint\limits_A f_{(X,Y)}(a,b)1_A(a,b)(\lambda_1\times\lambda_1)(a,b)$.

Comme la fonction de densité est mesurable et positive,
et que λ_1 et λ_1 sont σ - finies, donc d'aprè s Fubini - Tonelli,
on obtient $P(X+Y<4)=\iint\limits_A f_{(X,Y)}(a,b)1_A(a,b)(\lambda_1\times\lambda_1)(a,b)=$

$$=\int_{\mathbb{R}}\left(\int_{\mathbb{R}} f_{(X,Y)}(a,b)1_A(a,b)d\lambda_1(a)\right)d\lambda_1(b)=\int_{\mathbb{R}}\left(\int_{\mathbb{R}} f_{(X,Y)}(a,b)1_A(a,b)d\lambda_1(b)\right)d\lambda_1(a)$$

Or avec Riemann - Lebesgue on obtient

$$\int_{\mathbb{R}} f_{(X,Y)}(a,b)1_A(a,b)d\lambda_1(b)=\int_{\mathbb{R}} f_{(X,Y)}(a,b)1_A(a,b)db=c\int_{\mathbb{R}}(2a+b)1_{A\cap(]2,6[\times]0,5[)}(a,b)db$$

$$=c1_{]2,4[}(a)\int_0^{4-a}(2a+b)db=c1_{]2,4[}(a)\left(2a(4-a)+\frac{(4-a)^2}{2}\right).$$

Donc $P(X+Y<4)=\int_{\mathbb{R}}\left(c1_{]2,4[}(a)\left(2a(4-a)+\frac{(4-a)^2}{2}\right)\right)d\lambda_1(a)=c\int_2^4\left(2a(4-a)+\frac{(4-a)^2}{2}\right)da=\frac{2}{35}$

On a aussi $P(X+Y<4)=c\int_{]0,2[}\left(\int_{]2,4-b[}(2a+b)da\right)db=c\int_{]0,2[}\left(b(2-b)-4+(4-b)^2\right)db=\frac{2}{35}$