4) On a $\mathbb{P}(X>3, Y>2)=\frac{1}{210}\int_3^6\int_2^5(2x+y)\,dy\,dx=\frac{15}{28}$.

Sachant que $P(X>3,Y>2)=P((X,Y)\in A)$, où $A=]3,+\infty[\times]2,+\infty[$, et que
le vecteur alé atoire $(X,Y)'$ admet une densité , donné e
par l'é noncé , et noté e par $f_{(X,Y)}$, on obtient donc d'aprè s la dé finition d'une densité :
$P(X>3,Y>2)=\iint\limits_A f_{(X,Y)}(a,b)\lambda_2(a,b)$, où λ_2 est
la mesure de Lebesgue sur $\left(R^2, B(R^2)\right)$.
Or $\lambda_2=\lambda_1\times\lambda_1$, d'où $P(X>3,Y>2)=\iint\limits_A f_{(X,Y)}(a,b)(\lambda_1\times\lambda_1)(a,b)$.
Comme la fonction de densité est mesurable et positive,
et que λ_1 et λ_1 sont σ - finies, donc d'aprè s Fubini - Tonelli,
on obtient $P(X>3,Y>2)=\iint\limits_A f_{(X,Y)}(a,b)d\lambda_1(a)d\lambda_1(b)$

$$=\int_{]2,+\infty[}\left(\int_{]3,+\infty[} f_{(X,Y)}(a,b)d\lambda_1(a)\right)d\lambda_1(b)=\int_{]3,+\infty[}\left(\int_{]2,+\infty[} f_{(X,Y)}(a,b)d\lambda_1(b)\right)d\lambda_1(a)$$

Or $\displaystyle\int_{]2,+\infty[} f_{(X,Y)}(a,b)d\lambda_1(b)=\int_{[2,+\infty[} f_{(X,Y)}(a,b)d\lambda_1(b)$

$=\displaystyle\int_{[2,+\infty[} f_{(X,Y)}(a,b)db$ (d'aprè s la relation Lebesgue - Riemann)

et $\displaystyle\int_{[2,+\infty[} f_{(X,Y)}(a,b)db=\int_{\mathbb{R}} c(2a+b)1_{]2,6[}(a)1_{]0,5[\cap[2,+\infty[}(b)db$

$$=1_{]2,6[}(a)\int_{\mathbb{R}} c(2a+b)1_{]2,5[}(b)db=1_{]2,6[}(a)\int_{\mathbb{R}} c(2a+b)1_{[2,5]}(b)db$$

$=c1_{]2,6[}(a)\displaystyle\int_2^5(2a+b)db$, donc on obtient $P(X>3,Y>2)=c\displaystyle\int_{]3,+\infty[}\left(1_{]2,6[}(a)\left[2ab+\frac{b^2}{2}\right]_{b=2}^{b=5}\right)d\lambda_1(a)$

$$=c\int_{]3,+\infty[}\left(1_{]2,6[}(a)\left(6a+\frac{21}{2}\right)\right)d\lambda_1(a)=c\int_{\mathbb{R}}\left(1_{]2,6[\cap]3,+\infty[}(a)\left(6a+\frac{21}{2}\right)\right)d\lambda_1(a)$$

$$=c\int_{\mathbb{R}}\left(1_{]3,6[}(a)\left(6a+\frac{21}{2}\right)\right)d\lambda_1(a)=c\left[3a^2+\frac{21}{2}a\right]_{a=3}^{a=6}\Rightarrow P(X>3,Y>2)=\frac{15}{28}$$