EISTI, ING1 GM, 2018-2019

TD02 - Probabilités Avancées
Vecteurs aléatoires

Exercice 1 : Considérons un vecteur aléatoire $(Z_1, Z_2) =: Z$ tel que $Z_1(\Omega) = Z_2(\Omega) = \{0,1\}$ et

$$\mathbb{P}(Z = (0,0)) = (1-p)^2, \quad \mathbb{P}(Z = (1,1)) = p^2,$$

et

$$\mathbb{P}(Z = (0,1)) = \mathbb{P}(Z = (1,0)) = p(1-p),$$

où $p \in]0,1[$. Montrer que Z_1 et Z_2 sont indépendantes.

Exercise 2 : Soient X et Y deux v.a. t.q. (X,Y) admette une fonction de densité conjointe $f_{(X,Y)}$ définie par

$$f_{(X,Y)}(x,y) = c(2x+y)\mathbf{1}_{]2,6[\times]0,5[}(x,y).$$

1) Que vaut c ?

2) Trouvez les fonctions de répartitions marginales F_X et F_Y.

3) Trouver les fonctions de densités marginales f_X et f_Y.

4) Calculer $\mathbb{P}(X > 3, Y > 2)$, $\mathbb{P}(X > 3)$ et $\mathbb{P}(X + Y < 4)$.

5) Soient $x > 6$ et $y \in]0,5[$, calculer $F_{(X,Y)}(x,y)$ et $f_{(X,Y)}(x,y)$. En déduire que X et Y ne sont pas indépendantes.

Exercice 3 : Soit (X,Y) un vecteur aléatoire avec une densité conjointe f. Trouver la fonction de densité de $Z := XY$.