E.I.S.T.I. – Département Mathématiques
1ère Année Ingénieurs
PROBABILITES T.D. 2

Probabilités conditionnelles

PROBABILITES CONDITIONNELLES

Exercice 1

On lance un dé et on associe à cette expérience aléatoire l'espace de probabilité $(\Omega,\mathcal{A},P)$ tel que

ω	1	2	3	4	5	6
$P[\{\omega\}]$	1/4	1/8	1/8	1/8	1/8	1/4

On considère les événements définis par

A="un résultat inférieur ou égal à 5"
B="un résultat pair"

1) Déterminer l'espace $(\Omega,\mathcal{A},P_B)$ de probabilité conditionnelle par rapport à B.
2) Calculer la probabilité de A sachant B.

Exercice 2

Une urne contient 9 boules numérotées de 1 à 9. On tire simultanément au hasard deux chiffres. Sachant que la somme obtenue est paire, calculer la probabilité pour que les deux chiffres soient impairs.

Exercice 3

Soit l'expérience aléatoire de l'observation du temps de fonctionnement T (en jours) d'une machine. On lui associe l'espace de probabilité $(\Omega,\mathcal{A},P)$ avec $\Omega=[0,+\infty[$, $\mathcal{A}=\mathcal{R}_{[0,+\infty[}$ et

$$\forall A\in\mathcal{A},\ P(A)=\frac{1}{5}\int_A e^{-\frac{t}{5}}dt .$$

Soient les événements,

A="la machine fonctionne plus de 8 jours"
B="la machine fonctionne entre 10 et 12 jours sans panne"
C="la machine fonctionne moins de 10 jours"

a) Calculer la probabilité de B sachant A
b) Calculer la probabilité de C sachant A

INDEPENDANCE

Exercice 4

En considérant l'expérience du jet de deux pièces de monnaie distinctes, étudier l'indépendance ou la dépendance des événements suivants,

A="face apparaît sur la 1ère pièce"
B="face apparaît sur la 2ème pièce"
C="face apparaît sur une seule des deux pièces"

Exercice 5

Soient les événements,

A="une famille a des enfants des deux sexes"
B="une famille a au plus un garçon"

a) Montrer que A et B sont indépendants si une famille a trois enfants.
b) Montrer que A et B sont dépendants si une famille a deux enfants.

Exercice 6

Dans une population de 100 personnes, il y a 48 hommes droitiers et 41 femmes droitières, 7 hommes gauchers et 4 femmes gauchères. Une personne est choisie au hasard.

a) Déterminer les probabilités suivantes.
   i) C'est une femme.
   ii) C'est un ou une gauchère.
   iii) C'est une femme gauchère.
   iv) Sachant que c'est une femme, c'est une gauchère.
b) D'après ces données, peut-on dire que les chances d'être gaucher sont les mêmes pour les deux sexes ?

SYSTEMES COMPLETS – FORMULE DE BAYES

Exercice 7

On sait qu'un quart de la population est vacciné contre l'hépatite B. La probabilité pour un vacciné d'être malade est de 1/12, cette probabilité est de 1/3 pour un non vacciné. On choisit un individu au hasard.

a) Calculer la probabilité d'attraper l'hépatite B.
b) L'individu est malade. Quelle est la probabilité qu'il ait été vacciné ?

Exercice 8

Trois machines A, B et C produisent respectivement 50%, 30% et 20% du nombre total de pièces fabriquées dans une usine. Les pourcentages de pièces défectueuses de ces machines sont de 3% pour A, 4% pour B et 5% pour C.

a) Si l'on prend une pièce au hasard, quelle est la probabilité pour qu'elle soit défectueuse ?
b) Si on prend au hasard une pièce défectueuse, calculer la probabilité pour qu'elle ait été produite par la machine A.

Exercice 9

Un avion est porté disparu. On sait qu'il se trouve dans une zone constituée de trois régions. Ces régions sont très différentes pour diverses raisons (géographie, végétation, ...). Les probabilités de retrouver un avion dans chacune de ces régions sont donc différentes. Si l'avion se trouve dans la région 1, il y a 80% de chance de le trouver, s'il se trouve dans la région 2, il y a 90% de chance de le trouver et s'il est dans la région 3, il n'y a plus que 50% de chance de le retrouver.

1) Calculer la probabilité de retrouver l'avion disparu.
2) On a retrouvé l'avion. Quelle est la probabilité qu'il se soit écrasé dans la région 1 ?