EISTI

Ecole
Internationale
des Sciences
du Traitement
de l'Information

CPI2 2007/08 – 24/04/2008

Aucun document autorisé - calculatrice UPPA autorisée

Table de la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite fournie

Durée : 2 heures

Devoir Surveillé 3 en Probabilités

Exercice 1 :

Remplissez le tableau ci-dessous et rendez cette feuille avec votre copie. N'oubliez pas d'inscrire vos nom, prénom et numéro de place. Une ligne ne contenant que des réponses exactes rapporte $0,5$ point, une ligne contenant au moins une réponse inexacte enlève $0,25$ point, une ligne incomplète enlève $0,25$ point et une ligne complètement vide n'apporte ni n'enlève aucun point. Si le total est négatif, la note de l'exercice est ramenée à 0.

Nom : **Prénom :**

Numéro de place :

Lois (Nom et paramètre(s))	Discrètes (D) ou continues (C)	Espérance mathématique	Ecart-type

Exercice 2 :
Un commerçant vend des objets manufacturés. Soit X la variable aléatoire, qui chaque semaine, associe le nombre d'objets demandés. On considère que X suit une loi normale de moyenne 168 et d'écart-type 50.

1) Calculer la probabilité que la demande hebdomadaire soit supérieure à 262.

2) Calculer la probabilité que la demande hebdomadaire appartienne à $[118,\ 218]$.

3) Calculer le stock minimal s pour que la probabilité de rupture de stock soit inférieure à 0.1.

4) On étudie la demande sur 50 semaines. Soit Y la variable aléatoire donnant le nombre de semaines où la demande est supérieure à 262.

   a) Quelle est la loi de Y ? (Justifiez votre réponse.)

   b) Calculer l'espérance mathématique et l'écart-type de Y.

   c) Par quelle loi Z peut-on approximer Y ? (Justifiez votre réponse.)

   d) En utilisant cette approximation, calculer la probabilité que le nombre de semaines où la demande est supérieure à 262, soit strictement inférieur à 4.

Exercice 3 :
Jeudi 17 avril 2008. La manifestation des lycéens est mise à profit par une bande de loubards pour piller un magasin de vêtements. Sur un présentoir, il y a des blousons en skaï, doublés de polyester authentique : 10 de taille 38, 12 de taille 40, 8 de taille 42 et 5 de taille 44. Un énergumène de taille 40 en dérobe cinq au hasard. On note X la variable aléatoire égale au nombre de blousons à sa taille.

1) Quelle est la loi de X ? (Justifiez votre réponse.)

2) Calculer l'espérance mathématique et l'écart-type de X.

Exercice 4 :
Isabelle et Pierre imaginent le jeu suivant : ils choisissent au hasard une carte l'un après l'autre, dans un jeu de 32 cartes, en remettant la carte tirée avant que l'autre joueur ne choisisse la sienne. Les tirages s'arrêteront dès que trois as auront été choisis et le gagnant sera celui qui aura les trois as.

1) En tenant compte de la règle du jeu, définissez une variable aléatoire.

2) Quel est le nombre moyen de tirages du jeu ?

3) On suppose qu'Isabelle choisit la première carte.

   a) Quelle est la probabilité qu'Isabelle gagne la partie à son quatrième tirage ?

   b) Quelle est la probabilité que Pierre gagne la partie avant que 10 cartes aient été tirées ?

Exercice 5 :
La durée de vie (ou durée de bon fonctionnement), exprimée en semaines, d'un composant électronique équipant de nombreux appareils définit une loi exponentielle X. On a constaté expérimentalement que $95,12\ \%$ de ces composants étaient encore en état de marche au bout de 25 semaines de fonctionnement.

1) Déterminer une valeur approchée du paramètre λ, à 10^{-3} près, de cette loi X. Dans la suite de l'exercice, on utilisera cette valeur.

2) Quelle est la probabilité qu'un composant électronique de ce type soit encore en état de marche au bout de 100 semaines ?

3) Sachant qu'un de ces composants a bien fonctionné pendant 100 semaines, quelle est la probabilité qu'il soit encore en état de marche au bout de la $150^{\text{ième}}$ semaine ?

4) Dans cette question, on étudie un appareil dans lequel dix composants du type étudié commandent chacun un organe. Ils sont montés en série, c'est-à-dire que le système (S) de ces dix composants cesse de fonctionner dès que l'un au moins d'entre eux est en panne (les composants tombent en panne indépendamment les uns des autres). La durée de vie, toujours exprimée en semaines, de ce système (S) définit une autre variable aléatoire T.

a) Calculer la probabilité de l'événement $(T \geq 50)$.

b) t étant un reél positif ou nul, quelle est la probabilité pour que ce système (S) fonctionne au moins t semaines ?

c) Déterminer la fonction de répartition de T et en déduire que cette variable aléatoire suit une loi usuelle dont vous préciserez le nom et le(s) paramètre(s).

5) Dans cette question, on étudie un appareil comprenant seulement deux composants du type étudié. Ils sont montés en parallèle, c'est-à-dire que le système (S') de ces deux composants fonctionne si au moins un des deux composants est encore en état de marche.
Quelle est la probabilité pour que ce système (S') fonctionne au moins 100 semaines ?