

NOM, Prénom: \_\_\_\_\_

Exercice 1: \_\_\_\_/ 13 ; Exercice 2: \_\_\_\_/7; TOTAL: \_\_\_\_\_/ 20

**Partiel : Introduction à la modélisation statistique**  
**4 avril 2008 (1h30)**

***Aucun document n'est autorisé. Calculatrice autorisée. Donnez vos réponses à la suite de chaque question, aux endroits prévus. Barème approximatif entre parenthèses. Donner les résultats numériques avec 3 chiffres significatifs.***

\*\*\*\*\*

**Exercice 1**

Vous avez cinq feuilles de papier identiques, dont deux portent le chiffre 1 et trois le chiffre 0. Vous retournez ces feuilles afin de ne pas voir les chiffres, et vous tirez une feuille au hasard.

1. (0.5 pt) i Comment s'appelle la loi de la variable aléatoire  $X$  égale au chiffre obtenu?

ii. (0.5 pt) Quelles sont les valeurs possibles de  $X$ ?

iii. (1 pt) Donner l'espérance et la variance de  $X$ .

**Espérance:**

**Variance:**

2. i. (0.5 pt) Comment pouvez-vous utiliser votre calculatrice pour simuler  $X$ ?

ii. (0.5 pt) Simuler dix valeurs de  $X$  avec les nombres aléatoires uniformément distribués sur  $(0,1)$ : 0.67, 0.34, 0.32, 0.19, 0.08, 0.65, 0.23, 0.87, 0.56, 0.31.

3.  $S$  est la variable aléatoire égale au nombre de fois que le **zéro** est sorti, sur 10 tirages.

i. (0.5 pt) Quelle est la loi de  $S$ ?

ii. (0.5 pt) Quelle est la valeur de  $S$  correspondant à la simulation de 2ii?

ii. (0.5 pt) Quelles sont les valeurs possibles de  $S$ ?

iii. (3 pts) Quelles sont les probabilités que  $S$  soit égale à chacune de ses valeurs possibles (loi de  $S$ )? Représentez-les sur l'histogramme -

4. i (2 pts) Donner l'espérance et la variance de S.

ii. (1 pt) Quelle serait une fonction continue qui approximerait grossièrement l'histogramme de 3iii - donnez ses paramètres ?

Densité loi normale

iii. (1.5 pts) Donnez les valeurs de cette fonction en 3, 6, 9 et tracez-là sur l'histogramme

iv. (1 pt) Quelle serait une façon d'approximer la probabilité que  $S=3$  ou  $S=4$  (somme des aires des rectangles correspondant dans l'histogramme) à l'aide de cette fonction? Donnez juste l'idée - pas de calculs.

\*\*\*\*\*

### Exercice 2

La note  $X$  à un examen est une variable aléatoire de moyenne 12 dont la densité est une courbe en cloche symétrique.

1. (2 pts) Quelle loi proposez-vous pour décrire  $X$  et quelle information manque pour compléter cette description?

2. Cinquante pourcent des notes sont entre 10 et 14. On veut utiliser cette information pour trouver le paramètre manquant de 1.

i. (1 pt) Utiliser le tableau des  $\Phi$  en dernière page pour trouver la valeur  $a^*$  telle que la variable aléatoire normale centrée réduite tombe entre 0 et  $a^*$  avec probabilité 0.25.

ii. (2 pts) Déduire de i le paramètre manquant:

**Réponse:**

3. i. (1 pt) Trouver la probabilité qu'une note soit plus grande que 9.

**Réponse:**

ii. (1 pt) Trouver la probabilité qu'une note soit entre 9 et 13.

**Réponse:**

Tableau donnant la fonction de répartition  $\Phi(x)$  pour la loi normale centrée-réduite.

M =

0	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0	0.5	0.504	0.508	0.512	0.516	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.591	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.648	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.67	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.695	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.719	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.758	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.791	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.834	0.8365	0.8389
1	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.877	0.879	0.881	0.883
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.898	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.937	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.975	0.9756	0.9761	0.9767
2	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.983	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.985	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.989
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.992	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.994	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.996	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.997	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.998	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.999	0.999