NOM, Prénom: ___________________________________

Exercice 1: ____/ 9 ; Exercice 2: ____/11; TOTAL: ________/ 20

Partiel : Introduction à la modélisation statistique - 29 avril 2006

Aucun document n'est autorisé. Calculatrice autorisée. **Donnez vos réponses à la suite de chaque question, *aux endroits prévus.* Barème approximatif entre parenthèses*. Donner les résultats numériques avec 3 chiffres significatifs.***

****

Exercice 1

1. (1 pt) Rappeler les formules pour l'espérance et la variance d'une variable aléatoire continue X de densité f(x):

E(X) =

Var(X) =

2. On considère la variable aléatoire X uniformément distribuée sur l'intervalle (0, 10), c'est-à-dire que la *densité* f(x) est une constante C sur (0, 10) et elle est nulle en dehors de cet intervalle.

i. (1 pt) Quelle est la valeur de C? _____________

ii. (2 pts) Calculer E(X) et Var(X).

E(X) = ____________________ **Var(X) =**___________________

3. (1 pt) Donner la fonction de répartition F(u) de X:

F(u)= ______________________

4. (3 pts) Exprimer à l'aide de F(u) (puis donner le résultat numérique) la probabilité que

i. $2<X<6$: ____

ii. $2<X<6$ ou $3<X<7$: ____

iii. $2<X<6$ et $3<X<7$: ____

5. (1 pt) Comment peut-on utiliser la variable aléatoire uniforme r sur (0,1) obtenue avec la calculatric UPPA pour simuler X?

****

Exercice 2

La boule est un jeu de hasard similaire à la roulette. La roue compte neuf chiffres de 1 jusqu'à 9 et la boule a la même probabilité de tomber sur chaque chiffre. Le 5 joue le rôle du 0 à la roulette: lorsque la boule tombe sur le 5, le casino rafle les mises.

On parie sur les 4 chiffres pairs: 2, 4, 6, 8.

1. (1 pt) Quelle est la probabilité *p* de gains: ______________

2. (1 pt) Si on parie 1 € sur les 4 chiffres pairs, on perd son euro si le boule tombe sur un nombre impair, et on gagne une quantité g si la boule tombe sur un chiffre pair.
i. Exprimer en fonction de g l'espérance du gain G à chaque jeu.

E(G) = ______________

ii. (1 pt) Quelle doit être la valeur de g pour que le jeu soit équitable (espérance de gain nulle)?

g = ______________

iii. (2 pts) Si g=1, quelle est l'espérance et la variance de G ?

E(G) = ____________________ **Var(G) = ______________________**

3. (2 pts) Dans ce qui suit on suppose que g=1, ce qui est le cas au casino. On joue n fois et on appelle Gm la moyenne $Gm=\Sigma G_k/n$ des gains G_1 , G_2 , ..., G_n sur les n jeux .
i. Donner l'espérance μ_m et l'écart-type σ_m de Gm. (Au besoin on donnera les réponses en fonction de n).

μ_m = ______________________ **σ_m = ______________________**

2. i. (3 pts) Simuler 3 jeux à l'aide des 3 nombres aléatoires uniformément distribués entre 0 et 1: 0.12, 0.89, 0.45. Expliquez la méthode que vous utilisez.

Gain jeu 1: __________ **Gain jeu 2:** ___________ **Gain jeu 3:** __________

Gain moyen sur les 3 jeux: ____________________

ii. (1 pt) Quelle serait approximativement la valeur de ce gain moyen si on joue 10000 fois au lieu de 3?

Réponse:__________