Série 1

Probabilités

DENOMBREMENT

Exercice 1
Pour accéder à un service d'échange de données sur Internet, vous devez taper un mot de passe de 4 lettres (alphabet latin composé de 26 lettres). Un mot de passe n'a pas nécessairement de sens en français.

1) Combien de mots de passe de 4 lettres distinctes peut-on créer ?
2) Combien de mots de passe de 4 lettres quelconques non nécessairement distinctes peut-on créer ?

Exercice 2
La société YOPMILK fabrique des yaourts aux fruits avec dix parfums différents. Le directeur des ventes propose de constituer des lots de quatre pots de parfums tous différents.

1) Combien de lots distincts peut-on former de cette façon ?
2) Combien de lots distincts de ce type quelconques peut-on former sachant qu'ils ne doivent pas contenir simultanément un pot à la fraise et un pot à la framboise ?

Exercice 3
Déterminer le nombre de numéros de téléphone à 7 chiffres tels que :

1) Le numéro est formé de deux chiffres 1, deux chiffres 3 et trois chiffres 7.
2) Le numéro est formé avec deux chiffres distincts et deux seulement.
3) Le numéro comporte trois chiffres 1 et trois seulement.

Exercice 4
On jette trois dés identiques numérotés de 1 à 6. Déterminer le nombre de numéros à 3 chiffres vérifiant les contraintes suivantes :

1) trois chiffres identiques.
2) deux fois le même chiffre et un autre différent.
3) trois chiffres différents.

Exercice 5
Combien de bureaux de 5 personnes peut-on constituer dans une assemblée de 60 personnes ? (Un bureau est composé de personnes ayant toutes une fonction différente.)

PROBABILITES

Exercice 6
Quelle est la probabilité de choisir un roi d'un jeu de 32 cartes ?

Exercice 7
Quelle est la probabilité d'obtenir 5 comme somme des chiffres fournis par le lancer de deux dés ?

Exercice 8
Un joueur choisit successivement 12 cartes sans remise d'un jeu de 32 cartes.
Quelle est la probabilité pour que le joueur
1) choisisse les 4 as
2) choisisse les 4 as successivement
3) obtiennent 7 piques et 2 dames.

Exercice 9
Les quatre mousquetaires ont mélangé leurs bottes dans le couloir de l'Auberge. D'Artagnan se lève le premier et prend deux bottes au hasard. Calculer la probabilité pour que :
1) les deux bottes soient les siennes.
2) les deux bottes forment une paire.
3) les deux bottes soient des pieds droits.
4) les deux bottes appartiennent à deux mousquetaires différents.

Exercice 10
Un buffet Louis XIV en noyer possède trois tiroirs contenant chacun des serviettes vertes et des serviettes rouges indiscernables au toucher. Dans le premier tiroir, il y a 5 serviettes vertes et 4 rouges, dans le deuxième tiroir, il y a 9 serviettes vertes et 3 rouges et dans le troisième tiroir, il y a 3 serviettes vertes et 7 rouges. Quand on ouvre un tiroir au hasard, la probabilité que ce soit le premier tiroir est de 0,3 et celle que ce soit le deuxième tiroir est de 0,5.
1) On ouvre le premier tiroir et on prend deux serviettes au hasard.
   a) Calculer la probabilité de prendre deux serviettes vertes.
   b) Calculer la probabilité de prendre deux serviettes de couleurs différentes.
2) On ouvre un tiroir et on prend deux serviettes au hasard.
   Calculer la probabilité de prendre deux serviettes de couleurs différentes.

Exercice 11
Dans une transat à la voile, 50 concurrents sont engagés. Il y a 30 multicoques dont 20 % sont menés par des femmes et 20 monocoques dont un seul des skippers est une femme. La probabilité de gagner pour un multicoque est supérieure de 10 % à celle des monocoques. Les chances des bateaux de même structure sont identiques. Il y a exactement un vainqueur.
a) Calculer la probabilité pour que le vainqueur soit un monocoque.
b) Calculer la probabilité pour le bateau qui franchit en tête la ligne d'arrivée soit un multicoque dirigé par une femme.
c) Calculer la probabilité pour que le vainqueur soit une femme.
d) Sachant que le vainqueur est une femme, calculer la probabilité pour que ce bateau soit un monocoque.
e) Sachant que le premier bateau est un monocoque, calculer la probabilité pour que son skipper soit une femme.

Exercice 12
Un étudiant doit répondre à quatre questions à choix multiples où trois réponses sont proposées à chaque fois, une seule étant correcte.
1) Dans le cas où l'étudiant répond au hasard et de façon indépendante à chaque question, calculer la probabilité qu'il donne plus de réponses justes que fausses.
2) Que devient cette probabilité s'il n'y a pas que deux réponses possibles à chaque question ? et s'il y en a quatre ?

Exercice 13

Les n personnes d’une assemblée (n 5) élisent un président de la façon suivante : chacune des personnes vote pour l’un des trois candidats a, b et c. Un candidat est élu s’il obtient au moins voix. Quelle est la probabilité pour qu’aucun candidat ne soit élu ?

Exercice 14

On suppose que dans un restaurant universitaire on propose deux desserts à chaque repas. La probabilité que l’un des deux soit un yaourt est 0,4, une orange 0,8. La probabilité que les deux soient un yaourt et une orange est 0,3. Calculer la probabilité que l’on propose

1) un yaourt et pas une orange
2) une orange et pas de yaourt
3) ni yaourt ni orange.

Exercice 15

Un sondage a montré qu’une personne prise au hasard a une probabilité de posséder un ordinateur personnel et une probabilité de d’être chauve. Si ces deux éventualités sont indépendantes, combien environ doit-on s’attendre à trouver de chauves possesseurs d’un ordinateur personnel dans un échantillon de 800 personnes prises au hasard ?

Exercice 16

Soient n et p deux entiers naturels vérifiant p n. Démontrer l’égalité :

Exercice 17

Soit n un entier naturel non nul. Démontrer les égalités suivantes :

1)

2)

3)

4)

Exercice 18

Soient A et B deux événements d’un ensemble E. Démontrer que les énoncés suivants sont équivalents :

1) A et B sont indépendants.
2) A et sont indépendants.
3) et sont indépendants.
4) et B sont indépendants.

Exercice 19

Un tiers des robots des ateliers de peinture d'un constructeur d'automobiles est équipé d'un modèle M_1 de groupe hydraulique, alors que les deux tiers bénéficient d'un modèle M_2 plus récent. La probabilité, une semaine donnée, qu'une défaillance se produise par manque de pression est 0,03 pour le modèle M_1 et 0,02 pour le modèle . A la fin d'une semaine, on choisit au hasard un groupe hydraulique.

On note A l'événement « le groupe choisi est de type M_1 », B l'événement « le groupe choisi est de type M_2 » et D l'événement « le groupe choisi a été défaillant pendant la semaine ».

1) Donner p(A), p(B), et .
2) Calculer p(D) à près.
3) On constate qu'un groupe hydraulique choisi au hasard a été défaillant par manque de pression. Quelle est, à près, la probabilité qu'il s'agisse d'un modèle M_1 ?

Exercice 20

Dans une université, une enquête sur le tabagisme a donné les résultats consignés dans le tableau 1 ci-dessous :

	Hommes	Femmes
Fumeurs	420	75
Non fumeurs	280	225

On choisit au hasard l'une des 1000 personnes pour l'interroger.
On note A l'événement « en réponse à l'enquête, la personne a déclaré fumer », et F l'événement « en réponse à l'enquête, la personne s'est déclarée du sexe féminin ».

1) Les événements A et F sont-ils indépendants ?
2) Même question pour une université où la même enquête a donné les résultats consignés dans le tableau 2 ci-dessous :

	Hommes	Femmes
Fumeurs	440	360
Non fumeurs	110	90

Exercice 21

Dans une usine, on utilise conjointement deux machines M_1 et M_2 pour fabriquer des pièces cylindriques en série. Pour une période donnée, leurs probabilités de tomber en panne sont respectivement de 0,010 et 0,008. De plus, la probabilité de l'événement A « la machine M_2 est en panne sachant que M_1 est en panne » est égale à 0,4.

1) Montrer que la probabilité d'avoir les deux machines en panne au même moment est égale à 0,004.
2) En déduire la probabilité d'avoir au moins une machine qui fonctionne.