

Rédigé par : Irina Kortchemski, Nisrine Fortin et Hervé de Milleville

Ref : *ING1-GM-PRO-MOD*

A l'intention de : Elèves d'Ingénieur 1 Génie Mathématique

Créé le : 04/10/2015

Sommaire

Préambule	2
I. Gnome, papillons et crocodiles	2
II. Constructeur de voitures.....	2
III. Création de robot	2
IV. Sac à dos	3
V. Tribu des Salynii : transformation et vente de soufre.....	3
VI. Placement optimum d'objets sur une surface	4
VII. Problème d'architecte	4

ING 1- GENIE MATHEMATIQUE : PROJET 2015-2016 : PARTIE MODELISATION

Préambule

Cette série d'exercice est la première partie du travail à fournir pour le projet 2015/2016 de la formation Ingénieur 1 en Génie Mathématique. Certaines modélisations obtenues constitueront les jeux d'essai à appliquer à votre programme de Branch and Bound que vous aurez réalisé d'ici la fin du projet. Pour les exercices de modélisation, vous devrez utiliser la méthodologie fournie avec les documents du projet.

I. Gnome, papillons et crocodiles

Un Gnome compose des jouets: des papillons et des crocodiles. La composition d'un papillon requiert 5 unités de plastique, et celle d'un crocodile 10. La vente d'un crocodile rapporte 4€, alors que les papillons sont distribués gratuitement aux enfants mais la production de chaque papillon coûte 1 €. Des restrictions des formules magiques imposent que le nombre de crocodiles composés multiplié par 20 soit au plus de 22 supérieur du nombre de papillons multiplié par 10.

- Modélisez un problème linéaire qui maximise le profit du Gnome. On supposera qu'on ne dispose que de 49 unités de plastique
- Résolvez le problème graphiquement.

II. Constructeur de voitures

Le constructeur de voitures Minerva produit des voitures dans ses usines de Cologne et de Lille. A Cologne, on peut produire au plus 120 voitures par semaine et au plus 250 à Lille. La compagnie veut transporter les voitures jusqu'à ses sièges de vente situés à Paris et à Bruxelles. Le siège de Bruxelles doit avoir au moins 140 voitures par semaine ; celui de Paris au moins 210. Le coût de transport par voiture entre les centres de production et les sièges de vente est donné par le tableau ci-dessous. La compagnie cherche à minimiser les coûts de transport des voitures.

- Modélisez le problème.

	Cologne	Lille
Bruxelles	385€	338€
Paris	538€	461€

III. Création de robot

Chuck veut créer un robot. Pour que son robot fonctionne, il lui faut au moins 7 microcontrôleurs, dont au moins 4 sont de type "a" et au moins 2 sont de type "b". Chuck décide d'alimenter son robot par une batterie solaire qui peut fournir au plus 30 Watts d'énergie (en plein soleil). Pour acheter les microcontrôleurs nécessaires il s'est rendu chez un commerçant. Sur place il a découvert qu'il ne reste plus que 9 microcontrôleurs de type "a" et 6 microcontrôleurs de type "b" en stock. Les consommations des microcontrôleurs de types "a" et "b" sont respectivement 2 et 3 Watts. Un microcontrôleur de type "a" coûte 0.1€ et un microcontrôleur de type "b" coûte 0.2€. Chuck voudrait dépenser un minimum d'argent pour les microcontrôleurs.

- Combien de microcontrôleurs de chaque type Chuck doit-il acheter pour que son robot puisse fonctionner ?
- Quel est le coût total des microcontrôleurs ?
- Combien de Watts doit pouvoir fournir la batterie solaire dans ce cas ?

ING 1- GENIE MATHEMATIQUE : PROJET 2015-2016 : PARTIE MODELISATION

1. Modélisez le problème linéaire
2. Résolvez-le graphiquement (facultatif)

IV. Sac à dos

On dispose d'un sac à dos et de 7 objets que l'on souhaite emporter. Les objets ont des poids :(31, 10, 20, 19, 4, 3, 6) kg et des valeurs d'utilité (70, 20, 39, 37, 7, 5, 10) €s respectivement. La capacité du sac, c'est-à-dire le poids maximal de son contenu, est 50 kg. On cherche à remplir le sac en maximisant la valeur totale de son contenu.

- Modéliser le problème du sac à dos.

V. Tribu des Salynii : transformation et vente de soufre

Gilain est un nain de la tribu des Salynii (qui fait partie du clan de Dain), spécialisée dans l'exploitation du minerai de soufre. Il a été chargé de déterminer le plan de transformation et de vente du soufre. Les Salynii exploitent une mine aux abords des Monts du Fer dont ils extraient le minerai riche en soufre. Ce minerai brut peut trouver acquéreur sur le marché au prix de 10 pièces d'argent la tonne mais il peut aussi être réduit en poudre de soufre qui, elle, sera vendue au prix de 60 pièces d'argent la tonne. Le processus produira simultanément du mercure qui peut être revendu au prix de 500 pièces d'argent la tonne aux magiciens, sorciers ou alchimistes. Le taux de transformation du minerai brut en poudre de soufre est de 30% et de 2% pour le mercure. Mais cette même poudre peut aussi être transformée en liquide inflammable ou en poudre noire. Le liquide inflammable, connu dans nos contrées sous le nom de feu grégeois, est obtenu en combinant le soufre avec d'autres matières dont le prix est négligeable et qui se trouvent en abondance. Une tonne de poudre permet la production de 2,5 tonnes de feu grégeois. Celui-ci est vendu au prix de 50 pièces d'argent la tonne. La poudre noire, dont les qualités explosives sont particulièrement reconnues, requiert une qualité de soufre supérieure de sorte que la poudre de soufre classique doit encore être raffinée. Grâce à l'expérience des nains, une tonne de soufre permet la fabrication de 0,95 tonnes de poudre noire. Son prix de vente est de 120 pièces d'argent la tonne. Enfin, certaines peuplades de la Terre du Milieu raffolent de feux d'artifice. Avec une tonne de poudre noire, il est possible de fabriquer 1,5 tonne de fusées d'artifice dont la valeur est de 300 pièces d'argent la tonne. Gilain doit tenir compte, pour l'extraction de minerai, de la population limitée de nains: malgré leur grande force, ceux-ci ne peuvent extraire plus de 3000 tonnes par mois. En ce qui concerne la vente des produits, les nains sont certains de vendre tout ce qu'ils produisent. La seule contrainte de Gilain concerne les contrats que les nains ont passés avec certains de leurs clients: Le Gondor leur a demandé 300 tonnes de poudre noire ou de liquide inflammable. Parmi ces 300 tonnes, il est impératif d'avoir au moins 75 tonnes de chaque type (poudre noire et liquide inflammable), le reste est libre.

Un magicien, Gandalf le Gris, aimerait quant à lui acheter 1,5 tonne de fusées pour les feux d'artifice. Un autre magicien, du nom de Saroumane, souhaite, on ne sait trop pour quoi, 50 tonnes de soufre en poudre.

- Il vous est demandé d'aider Gilain à présenter ce problème sous la forme d'un modèle mathématique.

ING 1- GENIE MATHEMATIQUE : PROJET 2015-2016 : PARTIE MODELISATION

VI. Placement optimum d'objets sur une surface

Dans le cadre d'un jeu de plateau, nous disposons d'une plaque rectangulaire sur laquelle on peut placer des objets. Le type de la base de chaque objet est un carré ou un rectangle ou un triangle ou enfin un cercle. Deux objets peuvent avoir le même type de base mais pas nécessairement les mêmes dimensions. Deux objets posés sur la plaque ne doivent pas se chevaucher, tout au plus se toucher par les bords.

- Modélisez le problème qui permet de placer un ensemble d'objets en minimisant la surface de la plaque non recouverte par des objets en ne prenant que objets carrés ou rectangulaires.
- Refaire la question précédente en utilisant tous les objets : carrés, rectangulaire, triangulaires ou en forme de cercle.

VII. Problème d'architecte

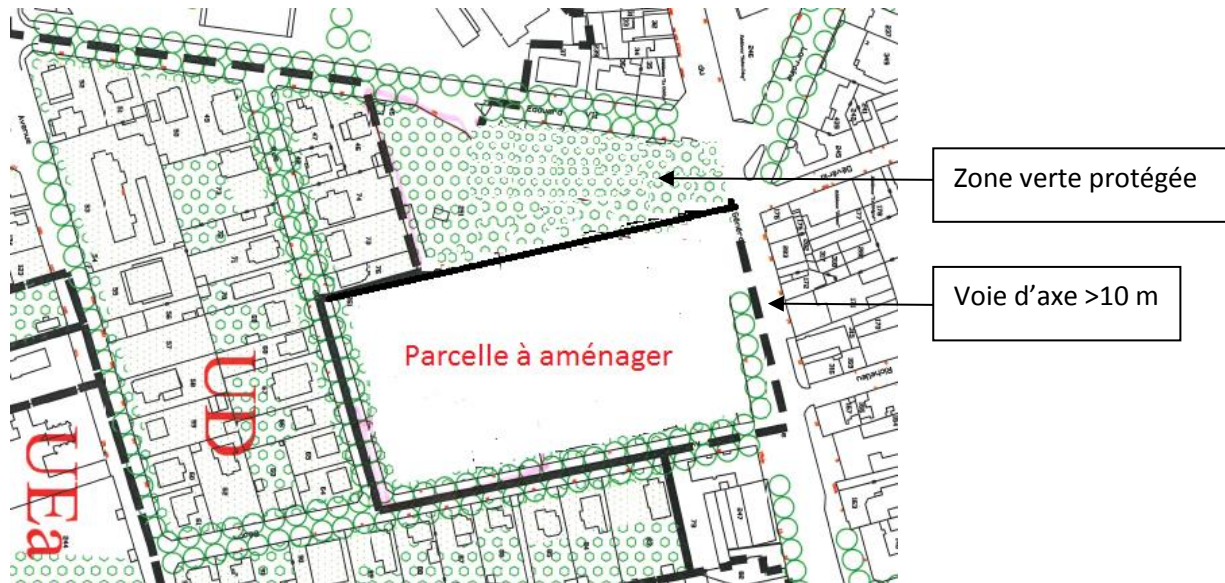
La vocation de l'architecte est de participer à tout ce qui relève de l'aménagement de l'espace et plus particulièrement de l'acte de bâtir.

L'architecte intervient sur la construction, la réhabilitation, l'adaptation des paysages, des édifices publics ou privés, à usage d'habitation, professionnel, industriel, commercial, etc. Son concours est obligatoire pour l'établissement du projet architectural faisant l'objet d'une demande de permis de construire (sauf pour les cas dérogatoires prévus par l'article 4 de la loi sur l'architecture). L'architecte répond aux attentes de chaque usager en veillant au respect de l'intérêt collectif.

Le droit de construire sur son terrain est sévèrement encadré par le code de l'urbanisme et les documents municipaux correspondants. Distances entre habitations, implantation des dépendances, recours possibles... Passage en revue des règles à respecter avant de lancer les travaux.

La famille X souhaite bâtir une maison sur une parcelle de forme rectangulaire. Une mission capitale pour l'architecte est de délimiter **la zone maximale sous forme d'un rectangle** où la famille pourrait construire leur maison en respectant les règles d'urbanisme.

ING 1- GENIE MATHEMATIQUE : PROJET 2015-2016 : PARTIE MODELISATION



Les règles d'urbanisme sont telles que des distances de séparations entre des constructions existent et doivent être respectées, principalement dans deux cas : **les limites avec la voirie** et **les distances entre les constructions** et **les limites séparatives entre les deux terrains**. Dans les deux cas, il n'existe pas une distance fixe, 'universelle' d'un bout de la France à l'autre. «*Logiquement, les distances qui doivent être respectées sont soit fixées par les Plans d'occupation des sols (POS) et Plans locaux d'urbanisme (PLU) des communes quand ces derniers existent, soit, à défaut, par le code de l'urbanisme et les règlements régionaux*», explique Magali Bertrand, directrice de l'Association départementale pour l'information sur le logement du Loiret (ADIL 45).

L'architecte doit respecter les articles résumés dans le tableau ci-dessous :

Article 6	Concerne l'implantation des constructions par rapport aux voies et emprises publiques et voies privées.	4 m par alignement si voie >10m ou 9m/axe de voie.
Article 7	l'implantation des constructions par rapport aux limites séparatives d'une construction mitoyenne.	<i>Implantation en limite</i> : sur maximum 50% et maximum 10m total et adossés si possible au bâti mitoyen <i>En recul par limite</i> : minimum 3m.
Article 9	Emprise au sol	Logement ne peut excéder 70% de la superficie totale.

La construction doit être implantée en retrait d'au moins 2 mètres des limites séparatives de la zone verte protégée.

- Exprimer le problème de l'architecte en termes mathématiques.

Vocabulaire et références :

ING 1- GENIE MATHEMATIQUE : PROJET 2015-2016 : PARTIE MODELISATION

- L'alignement permettait à l'origine de dégager la rue de constructions pouvant être nuisibles à la sécurité, à la salubrité ou à l'aspect esthétique. L'alignement a permis de déterminer la forme de nos rues actuelles.
- La marge de recul est une limite d'implantation des constructions par rapport à la voie publique, parallèle à celle-ci. C'est le retrait par rapport à la voie publique imposé par le Plan Local d'Urbanisme PLU (donc l'alignement).
- <http://www.travaux.com/>
- <http://www.architectes.org/>