

Rédigé par : Hervé de Milleville	Ref : <i>ING1-GM-PRO-MOD</i>
A l'intention de : Elèves d'Ingénieur Manager 1	Créé le : 30/09/2014 Modifié le 26/05/2015

## Sommaire

Préambule .....	2
I. Introduction à la recherche opérationnelle .....	2
II. Modélisation d'un problème linéaire (ou pas) (corrigé en présentiel) .....	2
III. Mélange de combustibles .....	2
IV. Optimisation de production de céréales .....	3
V. Maximisation de revenus de la banque Gold .....	3
VI. Gestion de production .....	4
VII. Optimisation de cargaison du Faucon Millenium de Han Solo .....	4
VIII. Votre problème .....	5

# ING MANAGER 1 : PROJET 2014-2015 : PARTIE MODELISATION

## Préambule

Cette série d'exercice est la première partie du travail à fournir pour le projet 2014/2015 de la formation Ingénieur Manager 1. Les modélisations obtenues constitueront les jeux d'essai à appliquer à votre programme du simplexe que vous aurez réalisé d'ici la fin du projet. Pour les exercices de modélisation, vous devrez utiliser la méthodologie fournie avec les documents du projet.

### I. Introduction à la recherche opérationnelle

- 1) Déterminer le temps nécessaire pour une famille de 8 personnes, prenant en commun deux repas journaliers, pour épuiser les diverses possibilités de se grouper autour de la table
- 2) Dans le cadre d'une entreprise, il y a 20 personnes à affecter à 20 postes de travail.
  - a) Combien de combinaisons différentes cela représente-t-il ?
  - b) A raison d'un million d'affectations par seconde, combien de temps faudrait-il pour tester toutes ces configurations.
- 3) Dans une grande entreprise, la moyenne des entrées des personnels au bureau du correspondant de la sécurité sociale, est d'une personne par 4 minutes. L'employé de ce bureau peut servir, en moyenne, une personne toutes les 3 minutes 18 secondes. A priori, l'employé peut donc subvenir à la demande. En quoi cette solution est mauvaise pour la productivité de l'entreprise ?

### II. Modélisation d'un problème linéaire (ou pas) (corrigé en présentiel)

Un entrepreneur dispose de 4 machines se répartissant la production de 3 types de pièces A, B et C. Chaque pièce possède un temps de fabrication différent suivant la machine où elle est fabriquée. De plus, chaque machine a un temps limite de fabrication au dessus duquel elle ne peut plus produire. Le but est de répartir au mieux la fabrication des différentes pièces sur les machines pour maximiser le bénéfice. Le bénéfice unitaire par pièce est respectivement de 81, 90 et 85.

- Proposer une modélisation du problème sous forme d'un problème de programmation linéaire
- Pour corser le tout, le bénéfice des pièces A, B et C diminue avec la quantité produite selon les règles suivantes :
  - Le bénéfice de la pièce A est  $81 - q_A/20$
  - Le bénéfice de la pièce B est  $90 - q_B/10$
  - Le bénéfice de la pièce C est  $85 - q_C/10$

Modéliser ce nouveau problème. Est-ce toujours un problème linéaire ? Justifiez votre réponse.

### III. Mélange de combustibles

Une entreprise de chimie souhaite faire un mélange de trois gaz combustibles dans les conditions suivantes :

- le volume total doit atteindre 250000 m<sup>3</sup>
- la teneur en soufre ne doit pas dépasser 3 gramme/m<sup>3</sup>
- le volume calorifique doit être compris entre 2200mth/m<sup>3</sup> et 2600 mth/m<sup>3</sup>
- la proportion du troisième gaz ne doit pas excéder 28% du volume total

Les teneurs respectives en soufre sont de 7, 5 et 2 grammes par m<sup>3</sup>. Les pouvoirs calorifiques respectifs se montent à 1000, 2000 et 6000 mth/m<sup>3</sup>.

## ING MANAGER 1 : PROJET 2014-2015 : PARTIE MODELISATION

- Modéliser ce problème afin de déterminer le mélange le moins coûteux, en admettant que les prix respectifs sont de 12, 36 et 10 unités monétaires par millier de m<sup>3</sup>. Vous préciserez bien les variables de décisions, constantes, contraintes et fonction objectif.

Les quatre exercices suivants ont été rédigés à Mr Bernard Fortz qui est professeur à l'université Libre de Bruxelles. Nous avons quelque peu modifié certaines questions pour les adapter à nos objectifs.

### IV. Optimisation de production de céréales

Le fermier Robert possède 45 hectares. Il souhaite concentrer son agriculture sur le blé et le maïs. Chaque hectare de blé rapporte 200€ de profit, alors que chaque hectare de maïs lui rapporte 300€. Le nombre de travailleurs ainsi que la quantité d'engrais nécessaires à la production varient en fonction du type de plantation, comme cela est indiqué dans le tableau ci-dessous. 100 travailleurs et 120 tonnes d'engrais sont disponibles.

	Blé	Maïs
Travailleurs	3	2
Engrais	2	4

- 1) Formulez un programme linéaire qui permet à Robert de maximiser son profit.
- 2) En déduire une résolution graphique du problème

### V. Maximisation de revenus de la banque Gold

La banque d'investissement Gold dispose actuellement de 100 000€ qu'elle souhaite placer sur 5 ans. Au total, elle a quatre opportunités d'investissement démarrant cette année ou l'année prochaine (projet 3). Le tableau ci-dessous reprend les montants investis (chiffres négatifs) et les bénéfices générés (chiffres positifs). Par exemple, pour le projet 1, 1€ investi en année 1 génère 0,5€ en année 2, 0,3€ en année 3, 1,8€ en année 4 et 1,2€ en année 5. En plus de ces quatre opportunités, la banque d'investissement Gold peut placer de l'argent sur un compte bancaire qui génère 6,5 % d'intérêt annuel.

Projet	Année 1	Année 2	Année 3	Année 4	Année 5
1	-1	0,5	0,3	1,8	1,2
2	-1	0,6	0,2	1,5	1,3
3	0	-1	0,8	1,9	0,8
4	-1	0,4	0,6	1,8	0,95

- Modélisez un programme linéaire qui permette à la banque d'investissement de maximiser ses revenus au terme de la 5<sup>ème</sup> année.

Remarquez que ce qui peut être investi une année ne peut pas excéder ce qui est disponible (argent non placé + intérêts des investissements antérieurs).

# ING MANAGER 1 : PROJET 2014-2015 : PARTIE MODELISATION

## VI. Gestion de production

Une compagnie doit répondre (à temps) aux demandes présentées dans le tableau ci-dessous. Chaque trimestre, jusqu'à 27 unités peuvent être produites par les travailleurs réguliers, à un coût de 40€ par unité. Durant chaque trimestre, un nombre illimité d'unités peut être produit par une équipe travaillant en heures supplémentaires à un coût de 60€ par unité. De toutes les unités produites, il y a 20 % de déchets qui ne peuvent être utilisés pour répondre à la demande. De plus, à la fin de chaque trimestre, 10 % de toutes les unités en stock pourrissent et ne peuvent pas être utilisées pour répondre aux demandes ultérieures. Après que la demande de chaque trimestre a été satisfaite et que les unités périmées ont été retirées, un coût de 15€ est encouru pour chaque unité en stock.

Trimestre	Demandes (unités)
1	30
2	20
3	40
4	35

- Modélisez un problème de programmation linéaire pour minimiser le coût total de réponse aux demandes des 4 prochains trimestres. Supposez que 20 unités sont disponibles au début du premier trimestre.

## VII. Optimisation de cargaison du Faucon Millenium de Han Solo

Han Solo réfléchit à la meilleure manière de remplir son Faucon Millenium, vaisseau spatial extrêmement rapide. Lui et son fidèle Chewbacca se sont vu offrir plusieurs cargaisons à transporter en tout ou partie depuis la planète Tatooine jusqu'à la planète Coruscant, la capitale de l'empire.

La première cargaison à transporter est une série de pièces de seconde main pour vaisseau spatial. Cette cargaison, à destination d'un ferrailleur, comprend aussi bien des pièces encore fonctionnelles que des pièces endommagées: le ferrailleur n'est pas très regardant. Han profite d'ailleurs de ce type de cargaisons pour entretenir son vaisseau. Il remplace donc chaque pièce de son Faucon Millenium qui tombe en panne durant le voyage par une pièce de la cargaison. Dix pièces doivent être remplacées en moyenne lors de chaque parsec parcouru. La distance de Tatooine à Coruscant est de 12 parsecs. Chacune de ces pièces pèse en moyenne quatre kilos et a un volume de 0,01 mètre cube. 7500 pièces sont disponibles. Il est aussi possible à Han de convoier une partie de la récolte de Owen Skywalker, un cultivateur local. Un kilo de cette récolte occupe 0,001 mètre cube. Cette cargaison est suffisamment volumineuse pour remplir plusieurs fois le Faucon Millenium.

Enfin, Jabba le Hut, chef criminel de son état, souhaiterait que Han achemine pour lui quelques caisses d'objets illicites sur Coruscant. En premier lieu, il y a cent caisses de bâtons de la mort pour quelques bars malfamés de la capitale de l'empire. Chaque caisse pèse 10 kilos et occupe un volume de 0,1 mètre cube. A côté de cela, cinquante caisses d'armes de contrebande peuvent être acheminées. Elles ont chacune un volume de 0,3 mètres cubes et un poids de 50 kilos.

Le Faucon Millenium dispose de deux cales de 100 mètres cubes chacune (donc 200 mètres cubes au total).

Afin qu'il demeure suffisamment rapide, la cargaison totale ne peut dépasser les 80 tonnes. Pour chacune de ces cales, sur les 100 mètres cubes, 5 mètres cubes sont en réalité des sas spéciaux qui, dans le cas d'un fort peu probable contrôle par les troupes de l'empire, peuvent être éventuellement vidés discrètement dans l'espace. On peut y stocker n'importe quoi mais il va de soi que toute la partie "illicite" de la cargaison (les armes et les bâtons de la mort) doit s'y trouver. Pour l'équilibrage

## ING MANAGER 1 : PROJET 2014-2015 : PARTIE MODELISATION

du vaisseau, il est bon que le poids total placé dans chaque cale (en ce compris les sas secrets) soit identique.

Han sait que chaque pièce transportée pour le ferrailleur lui rapporte 10 crédits républicains. Le prix de transport pour la récolte est de 2 crédits par kilo. Jabba paie 50 crédits par caisse de bâtons de la mort transportée et 120 pour chaque caisse d'armes. Han se demande quelle(s) cargaison(s) transporter et en quelles quantités pour maximiser ses gains.

- Modéliser le problème.

### VIII. Votre problème

Dans cet exercice, il s'agit d'inventer vous-même un problème d'optimisation linéaire (en vous référant par exemple à une situation vécue).

Votre réponse comportera les points suivants :

- L'énoncé du problème en langage naturel.
- La modélisation du problème en justifiant.