

Rédigé par : Equipe pédagogique de Recherche opérationnelle

Ref : EX-RO

A l'intention de : Etudiants des parcours SIE

Créé le : 05/12/2012 et modifié de 07/12/2012

1. Modélisation (6 pts)

On dispose d'une palette rectangulaire sur laquelle on peut poser des objets en forme de cube. La longueur des arêtes des cubes ne sont pas nécessairement égales. Pour poser un objet sur la palette, il y a des règles à respecter :

- Deux objets posés sur la palette ne peuvent pas se chevaucher.
- Les objets ne peuvent pas être posés de travers \Leftrightarrow chaque arête de l'objet doit être parallèle à l'un des bords de la palette.

On dispose de plus d'objets que la palette ne peut en contenir. On cherche à disposer des objets sur la palette de telle manière à minimiser la place inoccupée sur la palette.

- Modéliser ce problème.

Aide : Habituellement une variable de décision est à valeurs dans l'ensemble des nombres réels (ou un sous ensemble) mais ce n'est pas une obligation.

Dans notre cas, pour chaque objet, il faut modéliser :

- le fait qu'il soit posé sur la palette ou pas,
- s'il est posé sur la palette alors à quel endroit il est posé.

Paramètres (1pt)

Variables de décision (2 pts)

Contraintes (2 pts)

Fonction objectif (1 pt)

2. Simulation (4 pts)

Deux machines de même type fonctionnent en parallèle. Elles ont chacune besoin pour bien fonctionner d'une pièce M assez fragile. On ne dispose en stock que d'une seule pièce M. On ne peut pas pour l'instant retrouver d'autres pièces M. La première machine qui tombe en panne est réparée immédiatement en prenant l'unique pièce M en stock. En revanche la prochaine machine qui tombe en panne est définitivement en panne.

On suppose que le temps qui s'écoule pour une machine avant une panne est une variable aléatoire dont la fonction de répartition est

$$F(t) = e^{-(\lambda.t)^\alpha} \text{ où } \alpha \text{ et } \lambda \text{ sont deux nombres strictement positifs}$$

- Ecrire l'algorithme (pseudo code) de la fonction qui reçoit α et λ et qui retourne l'instant où une première machine tombe définitivement en panne.

Simuler une panne (inverser F) (2 pts)

L'algorithme lui-même (2 pts)

3. Programmation dynamique (4 pts)

Une personne fait un voyage en parcourant des villes. Son voyage est composé de quatre étapes. Un étape consiste à aller dans une ville et la visiter. Il part de la ville A pour revenir à la fin du voyage dans cette même ville. On donne ci-dessous des informations sur les coûts.

	Coûts de passage entre deux villes				
	A	B	C	D	E
A	∞	20	18	10	16
B	19	∞	19	13	18
C	20	12	∞	14	15
D	16	15	16	∞	17
E	16	20	11	16	∞

Coûts de visite d'une ville				
A	B	C	D	E
7	9	7	7	9

- On vous demande de chercher le voyage qui minimise le coût total en utilisant la méthode des tableaux de la programmation dynamique. Il peut passer deux fois dans la même ville.

Modélisation (2 pts)

Calcul (2 pts)

4. Réflexions sur Transport et Affectation (8 pts)

4.1 Affectation et transport (2.5 pts)

- (1 pt) Donner les points communs et les différences entre un problème d'affectation et un problème de transport en détaillant précisément pour chacun des deux cas les données utilisées et la question que l'on cherche à résoudre.
- (0.5 pt) Qu'appelle-t-on un regret et pourquoi les calcule-t-on ?
- (1 pt) Donner en la justifiant la complexité de chacun des deux algorithmes.

4.2 Affectation (3 pts)

1.

Soit la matrice

2	5	5
5	2	5
5	5	2

- (1 pt) Donner et expliquer le résultat de l'algorithme hongrois (en tenant compte de la forme particulière de la matrice).

2.

Soit la matrice

1	1	1	1	1
1	2	2	2	2
1	2	3	3	3

SIE : EXAMEN DE RECHERCHE OPERATIONNELLE

1	2	3	4	4
1	2	3	4	5

- (1 pt) Donner et expliquer le résultat de l'algorithme hongrois (en tenant compte de la forme particulière de la matrice).
3. (1 pt) Combien existe-t-il d'affectations possibles pour une matrice $n \times n$? Donner et justifier un ordre de grandeur de la taille du plus grand problème que l'on peut résoudre par énumération exhaustive.

4.3 Transport (2.5 pt)

- (1 pt) A quoi servent les méthodes du coin nord-ouest et de Balas-Hammer pour les problèmes de transport ?
- (0.5 pt) Pourquoi la seconde méthode donne-t-elle généralement des résultats bien meilleurs que la première ?
- (1 pt) Expliquer les points communs entre le cas d'arrêt de l'algorithme de transport et celui du simplexe.