EISTI — Ecole Internationale des Sciences du Traitement de l'Information	**SIE : EXAMEN DE RECHERCHE OPERATIONNELLE**

Rédigé par : Equipe pédagogique de Recherche opérationnelle	Ref : *EX-RO*
A l'intention de : Etudiants des parcours SIE	Créé le : 10/02/2013

1. Modélisation

On dispose d'un cylindre dans lequel on peut déposer des disques de même épaisseur mais pas nécessairement de même largeur. Pour poser un disque dans le cylindre, il y a des règles à respecter :

- Un disque peut être posé au fond du cylindre ou sur un disque ayant un rayon plus grand ou égal.
- Une fois tous les disques posés, aucun d'eux ne doit pas dépasser le haut du cylindre.
- Les disques posés au fond du cylindre ne doivent pas se chevaucher.

On dispose de plus de disques que le cylindre ne peut en contenir. On cherche à disposer des disques dans le cylindre de telle manière à minimiser le volume inoccupé du cylindre.

1. Définir les paramètres du problème
2. Définir les variables de décision du problème
3. Définir les contraintes du problème
4. Définir l'objectif du problème

2. Simulation

On fait des observations de flux de voitures dans une sortie d'autoroute qui n'a qu'une seule caisse. On suppose que le temps Ts séparant l'arrivée de deux voitures au poste de péage suit la loi suivante :

$$F(t) = P(\, Ts \le t) = \begin{cases} 0 \text{ pour pour } t \ge 0 \\ (t/16)^2 \text{ pour } 0 \le t \le 16 \\ 1 \text{ pour } t \ge 16 \end{cases}$$

Pour simplifier, on suppose que le temps de passage à la caisse est une constante égale à 15.

1. Rappeler brièvement pourquoi F est une fonction de répartition et écrire une fonction qui permet de simuler.
2. On demande d'écrire l'algorithme qui permet pour un temps T de savoir combien de voiture sont en attente au poste de péage.

3. Programmation dynamique

Soit un porte-conteneurs pouvant transporter un poids maximum total P=20. Chaque conteneur i a un poids p_i et son transport rapporte b_i à l'armateur. L'objectif est de déterminer un chargement du porte-conteneur qui maximise les bénéfices de l'armateur en fonction des données suivantes:
on peut choisir entre 4 conteneurs de poids respectifs: p_1= 23, p_2=24, p_3= 40 et p_4=28 et rapportant respectivement: b_1=7, b_2=8, b_3=5 et b_4=6.

1. Montrer qu'il s'agit du problème de programmation dynamique
2. Trouver la solution optimale en utilisant la méthode des tableaux vue en cours

4. Méthode d'affectation

Soit la matrice

8 6 4 2
2 8 6 4
4 2 8 6
6 4 2 8

1. Donner le déroulement complet de l'algorithme hongrois et le résultat final. Expliquer comment on pouvait prévoir ce résultat à partir de la forme particulière de la matrice.

Soit la matrice

5 5 5 5 5

5 3 3 3 5

5 3 1 3 5

5 3 3 3 5

5 5 5 5 5

2. Donner le déroulement complet de l’algorithme hongrois et le résultat final. Expliquer comment on pouvait prévoir ce résultat à partir de la forme particulière de la matrice.

5. Méthode de transports

1. Expliquer comment on peut faire une méthode du coin sud-ouest en s’inspirant de la méthode du coin nord-ouest.
2. Donner un exemple où la méthode de Balas-Hammer ne donne pas le résultat optimal.

6. Limites des algorithmes naïfs

Considérons le problème du sac à dos et le problème du voyageur de commerce vus en cours.

1. Montrer sur un exemple simple que l’algorithme qui consiste à prendre toujours l’objet restant avec la valeur la plus élevée ne garantit pas un résultat optimal.
2. Dans le problème du sac à dos, combien y-a-t-il de répartitions possibles à tester ?
3. Montrer sur un exemple simple que l’algorithme qui consiste à choisir toujours la ville non visitée la plus proche ne garantit pas un résultat optimal.
4. Dans la cadre du voyageur de commerce, combien de tournées existent-t-elles dans un graphe complet de n villes ? Donner l’ordre de grandeur du plus grand problème soluble par énumération exhaustive.