

## ING2-MI

### Examen de Séries Temporelles 2018-2019. Durée 3h

Examen sur ExamManager.

- ▷ Rendu de l'Examen. Vous devez rendre un fichier **pdf** avec :
  - Vos réponses
  - Les graphiques
  - Les lignes du code R
  - **Seul le fichier pdf sera prise en compte pour la correction.**
- ▷ Données. Vous disposez des fichiers suivants : Indices.xls, indices.pdf, indices.txt, indices.csv
- ▷ Pour importer les données dans R :

```
serie=read.table("Indices.txt",header=T,sep="\t") OU
serie=read.table("Indices.csv",header=T,sep=";")
```
- ▷ Packages à installer :

```
install.packages("forecast")
library(forecast)
```

#### Exercice 1 ( à rendre sur une copie à votre nom).

On considère le processus  $\{X_t\}$

$$X_t = a + \epsilon_t + b\epsilon_{t-2}, \quad \text{où} \quad \epsilon_t \hookrightarrow BBN(0, \sigma^2), \quad (a, b) \in \mathbb{R}^2. \quad (1)$$

- 1) Calculer la moyenne du processus
- 2) Déterminer la fonction d'auto-covariance. En déduire la variance et la fonction d'auto-corrélation.
- 3) Que pouvez-vous dire quant à la stationnarité (faible) du processus ?

#### Exercice 2.

Nous nous intéressons à la série  $(X_t)$  de l'indice trimestriel de valeurs des produits alimentaires (base 2000) entre 1995 et 2004 (fichier : Indices.xls)

##### I) Choix du modèle.

Pour représenter la série  $(X_t)$  nous avons choisi le modèle

$$X_t = at + b + c_1S_1 + c_2S_2 + c_3S_3 + c_4S_4 + \epsilon_t \quad (2)$$

où  $a$  et  $b$  sont les coefficients de la tendance,  $c_i$  sont les coefficients de la saisonnalité et  $\epsilon_t$  le bruit.

Utilisez la représentation graphique de la série pour répondre aux questions suivantes.

- 1) Justifiez le choix d'un modèle additif.
- 2) Justifiez la tendance linéaire  $at + b$  dans le modèle (2). Que pouvez-vous dire sur les coefficients  $a$  et  $b$  ?
- 3) Justifiez l'ajout de 4 composantes saisonnières dans le modèle (2).
- 4) Quelles sont les hypothèses sur le bruit et sur les coefficients de la saisonnalité. Pourquoi ?

##### II) Estimation par moindres carrés (avec R)

1) Notons  $X$  la matrice du modèle,  $\beta$  le vecteur des coefficients et  $Y$  le vecteur des observations. Donnez la formule permettant d'estimer les coefficients. Écrivez le vecteur  $\beta$  ainsi que les 5<sup>ères</sup> lignes de  $X$  et  $Y$ .

- 2) Appliquez la fonction "lm" de R pour estimer les coefficients du modèle (2) sur les données entre 1995 et 2002. Stockez les résultats obtenu dans "modele".
- 3) Pourquoi n-y-a-t-il pas de composante  $S_1$  ?
- 4) Quelle(s) hypothèse(s) doit-on ajouter sur le bruit pour pouvoir établir des tests statistiques ?
- 5) Commentez les résultats obtenus.
- 6) Représentez graphiquement les erreurs et commentez.
- 7) Représentez sur une même graphique la série observée et la série prédite entre 1995 et 2004.

P.S. Pour obtenir une ligne et non des points dans les instructions graphiques "plot" et "points", il faut préciser type="l".

### III) Lissage par moyenne mobile (sur tableur)

- 1) Lissage de la série entre **1995 et 2002**
  - a) Quel est l'objectif de lisser la série ?
  - b) Quel ordre allez-vous choisir pour calculer les moyennes mobiles centrées ?
  - c) Sur les données entre 1995 et 2002, à partir de quel temps la série lissée commence et à quel temps finit-elle ?
  - d) Représentez sur un même graphique la série observée et la série lissée. Commentez.
- 2) Dessaisonnalisation de la série entre **1995 et 2002**
  - a) Calculez les coefficients saisonniers en utilisant les observations entre 1995 et 2002. On calculera les coefficients modifiés de façon à ce qu'ils respectent la condition d'unicité de l'écriture.
  - b) Calculez la série corrigée des variations saisonnières (CSV). Représentez la série observée et la série CSV sur un même graphique entre **1995 et 2002**.
  - c) Ajustez la série CVS par une droite en utilisant la méthode des moindres carrés sur le temps pour  $t=1$  à  $t=32$ . Représentez cette droite sur le graphique précédent pour  $t=1$  à  $t=40$ .
- 3) Prévisions entre **1995 et 2004**
  - a) Ajoutez la composante saisonnière à la droite et représentez la série obtenue pour  $t=1$  à  $t=40$ .
  - b) Commentez et comparez avec les résultats obtenus à la question II.

### IV) Prévision par la méthode du lissage exponentiel (avec R)

- 1) Transformez la série Indices dans la classe **ts** avec une fréquence correspondant à une période trimestrielle. On pourra créer trois séries, une avec les données entre 1995 et 2002, l'autre entre 2003 et 2004 et une avec toutes les observations.
- 2) Appliquez la fonction HoltWinters (avec tendance et composantes saisonnières) sur les données entre **1995 et 2002**.
- 3) Comparez les coefficients trouvés ici avec ceux calculés dans la méthode précédente.
- 4) Représentez sur un même graphique la série observée (dans la classe ts) et la série obtenue (fitted(modele)).
- 5) Calculez les prévisions obtenues avec le modèle de HoltWinters entre 2003 et 2004. Ajoutez-les sur le graphique.
- 6) Comparez avec les deux méthodes précédentes.