

TD Révisions - Algorithmes

Objectifs

- Révisions
 - Génération d'un automate minimal à partir d'une expression régulière
 - Génération d'une expression régulière à partir d'un automate fini

Rappels et notations

Lemme d'Arden

Soient A un alphabet et X, B, C trois langages définis sur A^* .
 Une solution de l'équation $X = BX + C$ est

$$X = B^*C$$

Quotients gauches

Quelques propriétés utiles pour l'algorithme des quotients gauches :

- $X^* = X^+ \cup \varepsilon = X^+ + \varepsilon$ l'union \cup est équivalente au signe $+$ (pas celui en exposant)
- $X^+ = XX^*$ on en déduit : $X^* = XX^* + \varepsilon$
- $x^{-1}x = \varepsilon$
- $x^{-1}Y = \emptyset$ si le langage Y ne contient aucun mot commençant par x
- On en déduit par exemple : $x^{-1}y = \emptyset$ $x^{-1}\varepsilon = \emptyset$
- Note : $\emptyset + X = X$ $\emptyset.X = \emptyset$ $x^{-1}\emptyset = \emptyset$
- $x^{-1}(X + Y) = x^{-1}X + x^{-1}Y$
- $L + L = L$ $L^* \cdot L^* = L^*$

Exercice 1. Langages réguliers

Pour chacun des langages suivants sur l'alphabet $\{a, b\}$:

- Ecrire une demi-douzaine de mots (courts) appartenant au langage
- Ecrire une demi-douzaine de mots (courts) n'appartenant pas au langage
- Donner une expression régulière la plus simple possible le représentant
- En utilisant l'algorithme des quotients gauches, générer un automate fini qui le reconnaît
- En utilisant le lemme d'Arden, reconstruire une expression régulière à partir de l'automate généré.
 Retrouvez vous la même expression ?

Question 1. L_1 , le langage des mots contenant exactement un b (un et un seul).

Question 2. L_2 , le langage des mots contenant exactement deux b (ni plus ni moins) tels que ces deux b soient consécutifs (l'un directement après l'autre).

Question 3. L_3 , le langage $(L_1)^*$. Définir ce langage en français.

Question 4. L_4 , le langage $(L_2)^*$. Définir ce langage en français.

Exercice 2. Langages algébriques

Soit $G = \langle T, N, S, P \rangle$ la grammaire définie par :

$$T = \{a, b, c, d, e\}$$

$$N = \{S, T, P, R\}$$

$$S = S$$

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow ab \mid aPb \\ T \rightarrow cd \mid cRd \\ P \rightarrow T \mid TeP \\ R \rightarrow S \mid SeR \end{array} \right\}$$

On note L le langage produit par la grammaire G .

Question 1. Prouver par dérivation que le mot $acdecdb$ appartient au langage L .

Question 2. Mettre la grammaire G sous forme normale de Chomsky.

Question 3. Prouver en utilisant l'algorithme CKY que le mot $acdecdb$ appartient à L .

Question 4. Prouver par dérivation que le mot $acabeabdecdb$ appartient au langage L .

Question 5. Prouver en utilisant l'algorithme CKY que le mot $acabeabdecdb$ appartient à L .