



---

## TD N°2 : Estimation par maximum de vraisemblance et efficacité

---

### Exercice 1

Montrer que la fréquence est l'estimateur du maximum de vraisemblance d'une proportion et qu'il est efficace.

### Exercice 2

Dans le cas d'un échantillon gaussien, déterminer les estimateurs du maximum de vraisemblance de la moyenne et de la variance, et étudier leur efficacité.

### Exercice 3

Pour déterminer la qualité de l'eau d'une rivière, on procède à une série de tests. On prélève  $n$  tubes de 1ml d'eau de la rivière et on compte le nombre de bactéries  $x_1, \dots, x_n$  se trouvant dans chaque tube.

- 1) Donner un EMV du nombre moyen  $\theta$  de bactéries par tube de 1ml
- 2) Etudier les propriétés de l'EMV.

### Exercice 4

Le temps d'émission d'un signal suit une loi uniforme sur un intervalle  $[0, \theta]$ , où  $\theta > 0$  est inconnu. Comment déterminer  $\theta$  à l'aide d'un échantillon  $X_1, \dots, X_n$  ?

- 1) Montrer que la moyenne est un estimateur biaisé de  $\theta$ . En déduire un estimateur sans biais  $T_2$  de  $\theta$ . Etudier les propriétés de  $T_2$ .
- 2) Déterminer l'EMV de  $\theta$ . En déduire  $T_1$  un estimateur sans biais et calculer son risque quadratique.
- 3) Comparer les estimateurs. Sont-ils efficaces ?