

E.I.S.T.I. - Département Mathématiques

2^{me} Année Ingénieurs

Parcours Maths - Finance

Statistique

Travaux - Révisions

Exercice 1

Soit X_n une v. a. r. de densité $f_n(x) = ne^{-nx}$ pour $x > 0$.

Montrer que la suite $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge en moyenne quadratique vers 0.

Exercice 2

Soit (X_1, \dots, X_n) un échantillon d'une v. a. r. de densité :

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} x^{\frac{1}{\theta} - 1} & \text{si } 0 \leq x \leq 1. \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

où θ est un paramètre réel strictement positif et inconnu.

1. Déterminer la densité de la v. a. r. $Y = -\ln X$.
2. Calculer $E(X)$ et $V(X)$.
3. Déterminer un estimateur T_n de θ par la méthode du maximum de vraisemblance. Etudier ses propriétés.

Exercice 3

On dispose d'un échantillon de taille $n = 10$ d'une v. a. r. de loi normale d'espérance $m = 100$ et d'écart type σ pour choisir entre les deux hypothèses :

$$\begin{cases} H_0 : \sigma = 5 \\ H_1 : \sigma > 5 \end{cases}$$

Déterminer la région critique d'un test U.P.P. de risque de première espèce $\alpha = 0,05$ et préciser sa fonction puissance.