

E.I.S.T.I. - Département Mathématiques

2^{me} Année Ingénieurs

Parcours Maths - Finance

Statistique

TD2

Exercice 1

Soit X une variable aléatoire qui suit la loi de Bernoulli de paramètre p que l'on se propose d'estimer à partir d'un échantillon X_1, \dots, X_n .

1. Déterminer la fonction de vraisemblance, et déterminer l'emv T_n de p .
2. L'estimateur T_n est-il efficace ?

Exercice 2

Soit X une variable de poisson de paramètre (inconnu) m et X_1, \dots, X_n un n -échantillon de X .

1. Ecrire la fonction du maximum de vraisemblance et calculer l'estimateur du maximum de vraisemblance.
2. L'estimateur trouvé est-il efficace ?

Exercice 3

Soit X une variable aléatoire dont la densité $f(.,\lambda)$ est donné par :

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x, \lambda) = \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{x}{\lambda}} \text{ si } x \geq 0 ; \lambda > 0 \\ f(x, \lambda) = 0 \text{ si } x \leq 0 \end{array} \right\}$$

1. Calculer $E(x)$ et $V(x)$
2. Pour estimer le paramètre λ , on considère un n -échantillon X_1, \dots, X_n de X . Calculer l'estimateur du maximum de vraisemblance $\tilde{\Lambda}$ de λ .

3. Calculer $E(\tilde{\Lambda})$ et $V(\tilde{\Lambda})$
4. l'estimateur $\tilde{\Lambda}$ est-il efficace ?

Exercice 4

Soit X une v.a. de densité de probabilité f définie par :

$$f(x, \lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\lambda}} e^{-\frac{x^2}{2\lambda}} ; \lambda \in \mathbb{R}_+^* ; x \in \mathbb{R}$$

1. Reconnaître la v.a. X et donner, sans calcul, $E(X)$ et $V(X)$.
2. Montrer que le moment d'ordre 4 de X est $3\lambda^2$.
3. Déterminer l'estimateur du maximum de vraisemblance de λ .
4. Montrer que l'estimateur trouvé est efficace.