E.I.S.T.I. - Département Mathématiques

2^{me} **Année Ingénieurs**

Parcours Maths - Finance, Maths - Info

Statistique

TD5

Exercice 1

On dispose d'un échantillon $(X_1, ..., X_n)$ d'une v. a. X qui suit une loi normale d'espérance inconnue m et d'écart type connu $\sigma = 1$ pour choisir entre les deux hypothèses :

$$\begin{cases} H_0 : \ m \leq 3 \\ H_1 : \ m > 3 \end{cases}$$

Déterminer la région critique du test le plus puissant de niveau $\alpha = 0,05$ dans le cas où $n = 100$ et préciser sa puissance.

Exercice 2

On dispose d'un échantillon de taille $n = 12$ d'une v. a. X qui suit une loi normale d'espérance inconnue m et d'écart type inconnu σ pour choisir entre les deux hypothèses :

$$\begin{cases} H_0 : \ m \leq 6 \\ H_1 : \ m > 6 \end{cases}$$

Déterminer la région critique d'un test de niveau $\alpha = 0,025$. Peut-on déterminer sa fonction de puissance ?

Exercice 3

La durée de vie d'un certain matériel est une v. a. r. qui suit la loi de Weibull de densité :

$$f(x,\theta) = \begin{cases} \dfrac{1}{2\theta\sqrt{x}} e^{-\frac{\sqrt{x}}{\theta}} & \text{si} \quad x > 0. \\ 0 & \text{si } x \leq 0. \end{cases}$$

On dispose d'un échantillon $(X_1, ..., X_n)$ de cette loi pour choisir entre les deux hypothèses :

$$\begin{cases} H_0 : \ \theta \leq 1 \\ H_1 : \ \theta > 1 \end{cases}$$

Déterminer la région critique du test le plus puissant de niveau $\alpha = 0,01$ dans le cas où $n = 15$ et préciser sa puissance.

Exercice 4

Deux séries d'observations effectuées à des dates différentes, sur des échantillons de tailles respectives $n_1 = 41$ et $n_2 = 61$, ont conduit à des valeurs respectives de moyennes empiriques et d'écarts types empiriques $\bar{x} = 785$, $s_x = 1,68$, $\bar{y} = 788$, $s_y = 1,40$. Peut-on considérer que ces deux échantillons proviennent de la même loi normale ?