
Probabilités

Exercice 1 . Pour se rendre au lycée, un élève a le choix entre quatre itinéraires : A,B,C et D.

La probabilité qu'il a de choisir A (resp. B,C) est $\frac{1}{3}$ (resp. $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{12}$).

La probabilité d'arriver en retard en empruntant A (resp. B,C) est $\frac{1}{20}$ (resp. $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{5}$).

En empruntant D, il n'est jamais en retard.

1. Quelle est la probabilité que l'élève choisisse l'itinéraire D ?
2. L'élève arrive en retard. Quelle est la probabilité qu'il ait emprunté l'itinéraire C ?

Exercice 2 . Un lot de 100 dés contient 25 dés pipés tels que la probabilité d'apparition de 6 soit 0.5. On prend un dé au hasard et on le jette, on obtient 6.

Quelle est la probabilité que le dé soit pipé ?

Exercice 3 . Un sac contient trois jetons. L'un de ces jetons a deux faces noires, un autre a deux faces blanches et le troisième a une face noire et une face blanche. On tire au hasard un jeton du sac et on le pose sur la table. La face visible est noire.

Quelle est la probabilité que le jeton tiré ait deux faces noires ?

Exercice 4 .

1. Soit X une variable aléatoire réelle discrète prenant les valeurs 1,2,3,4,5,6 avec les probabilités respectives 0.1, 0.2, 0.1, 0.3, 0.1, 0.2. Calculer l'espérance et la variance de X .
2. Soit Y une variable aléatoire réelle discrète prenant les valeurs 3,4,5,6. Déterminer la loi de probabilité de Y sachant que $P(Y < 5) = \frac{1}{3}$, $P(Y > 5) = \frac{1}{2}$ et $P(Y = 3) = P(Y = 4)$. Calculer l'espérance et la variance de Y .

Exercice 5 . On considère un dé cubique truqué de telle sorte que la probabilité d'obtenir la face numéro k soit proportionnelle à k . On suppose que les faces sont numérotées de 1 à 6.

1. Déterminer la loi de X .
2. Calculer $E(X)$.
3. On pose $Y = \frac{1}{X}$. Déterminer la loi de Y et $E(Y)$.

Exercice 6 . Soient a un réel et X une variable aléatoire réelle à valeurs dans \mathbb{N} , telle que pour tout $k \in \mathbb{N}$, $P(X = k) = \frac{a}{2^k k!}$.

1. Déterminer a .
2. X admet-elle une espérance? Si oui, la calculer.
3. X admet-elle une variance? Si oui, la calculer.

Exercice 7 . Une urne contient deux boules blanches et quatre boules noires. On tire les boules une à une sans les remettre jusqu'à ce qu'il ne reste que des boules d'une seule couleur dans l'urne. Soit X le nombre de tirages nécessaires. Quelle est la loi de X ?