

## EXERCICES

### Exercice 1

Montrer que les estimateurs usuels sont les estimateurs du maximum de vraisemblance et étudier leur efficacité.

### Exercice 2

Pour déterminer la qualité de l'eau d'une rivière, on procède à une série de tests. On prélève  $n$  tubes de 1ml d'eau de la rivière et on compte le nombre de bactéries  $x_1, \dots, x_n$  se trouvant dans chaque tube.

- 1) Donner un EMV du nombre moyen  $\theta$  de bactéries par tube de 1ml
- 2) Etudier les propriétés de l'EMV.

### Exercice 3

Le temps d'émission d'un signal suit une loi uniforme sur un intervalle  $[0, \theta]$ , où  $\theta > 0$  est inconnu. Comment déterminer  $\theta$  à l'aide d'un échantillon  $X_1, \dots, X_n$  ?

- 1) Montrer que la moyenne est un estimateur biaisé de  $\theta$ . En déduire un estimateur sans biais  $T_2$  de  $\theta$ . Etudier les propriétés de  $T_2$ .
- 2) Déterminer l'EMV de  $\theta$ . En déduire  $T_1$  un estimateur sans biais et calculer son risque quadratique.
- 3) Comparer les estimateurs. Sont-ils efficaces ?

### Exercice 4

Dans la fabrication de comprimés effervescents, il est prévu que le dosage de bicarbonate de sodium suit une loi normale. On a prélevé un échantillon de 25 comprimés et mesuré un écart-type empirique  $s^* = 12.1$  mg. On souhaite tester si la production est homogène avec les hypothèses suivantes

$$\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 = 10^2 \\ H_1 : \sigma^2 = \sigma_1^2 > \sigma_0^2 \end{cases}$$

avec un niveau de confiance de 5%.