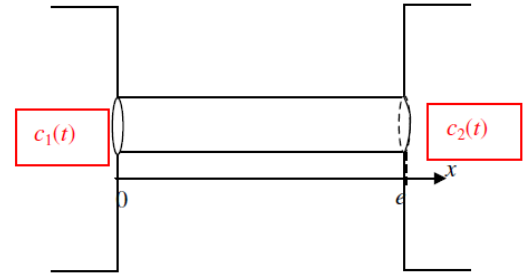


TD : DIFFUSION DE PARTICULES**LOI DE FICK****EXERCICE 1.**

On considère deux compartiments séparés par une membrane verticale poreuse, qui contiennent une même solution moléculaire à des concentrations différentes c_1 et c_2 ($c_1 > c_2$). Les volumes des compartiments, supposés constants, sont notés respectivement V_1 et V_2 .

La membrane de surface S et d'épaisseur e , comporte par unité de surface n pores cylindriques d'axe horizontal normal à la paroi. Les pores sont supposés tous identiques de rayon r . Dans chacun d'eux s'établit un flux macroscopique de molécules suivant la direction notée Ox , de densité de flux molaire J_D qui tend à égaliser les concentrations des deux compartiments. On suppose que J_D vérifie la loi de Fick avec un coefficient de diffusion D . On a par ailleurs $\frac{dJ_D}{dz} = 0$.



A une date t , on note $c_1(t)$ et $c_2(t)$ les concentrations, maintenues uniformes, des deux compartiments et l'on note $\Delta c(t) = c_1(t) - c_2(t)$.

1) Dans un pore, la concentration c à un instant t est une fonction affine de x . Montrer que la densité de flux molaire J des molécules à travers toute la membrane peut se mettre sous la forme $J(t) = K \Delta c(t)$. Exprimer K (constante appelée perméabilité de la membrane) en fonction de n , D , e et r . Quelle est sa dimension ?

2) On donne $n = 1,0 \times 10^6$ pores par cm^2 ; $e = 10,0 \mu\text{m}$ et $D = 1,0 \times 10^{-9}$ U.S.I. On mesure $K = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. En déduire la valeur numérique de r .

3) En étudiant successivement l'évolution du nombre de particule dans chaque compartiment entre t et $t + dt$, établir l'équation différentielle vérifiée par $\Delta c(t)$.

4) Au bout de quelle durée la différence des concentrations est-elle égale au dixième de sa valeur initiale ?

Données: $V_1 = 2,0 \text{ l}$; $V_2 = 1,0 \text{ l}$; $S = 200,0 \text{ cm}^2$.

EXERCICE 2.

Donner une estimation de la durée de diffusion de l'ammoniac dans l'air en ne tenant compte que du phénomène de diffusion :

1. à la distance $L = 10 \text{ cm}$ de la source ?

2. à la distance $L = 1 \text{ m}$ de la source ?

Donnée : $D = 4 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

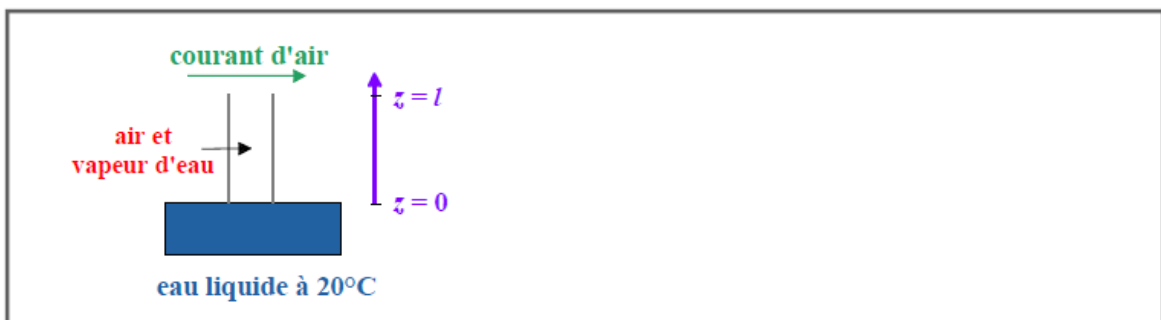
EXERCICE 3.

Le but de cet exercice est de déterminer le coefficient de diffusion du dioxyde de carbone dans l'air. On observe la diffusion unidirectionnelle du dioxyde de carbone dans l'air, en régime stationnaire, à l'intérieur d'un tube de longueur $L = 0,25$ m et de section d'aire $S = 15$ cm². La densité du courant de dioxyde de carbone vaut $j_{\rho x} = 5,1 \cdot 10^{17}$ m².s⁻¹. La densité particulaire du dioxyde de carbone est $n^*1 = 1,4 \cdot 10^{22}$ m⁻³ à une extrémité du tube et $n^*2 = 8,6 \cdot 10^{21}$ m⁻³ à l'autre.

1. Enoncer la loi de Fick. Que devient-elle en régime stationnaire ?
2. Etablir la loi de conservation du nombre de particules. En déduire qu'en régime stationnaire la densité du courant de particules est uniforme c'est-à-dire indépendante de l'abscisse x .
3. Etablir l'équation de la diffusion.
4. La résoudre dans le cas du régime stationnaire. En déduire le coefficient de diffusion du dioxyde de carbone dans l'air.
5. Calculer le nombre de molécules de dioxyde de carbone qui passent en une seconde à travers une section quelconque du tube

EXERCICE 4.

On plonge un tube vertical, de section S assez grande et ouvert à ses deux extrémités, dans une cuve d'eau. A l'extrémité supérieure passe un courant d'air horizontal, qui entraîne à vitesse constante les molécules de vapeur d'eau qui ont diffusés dans l'air du tube.



1. En supposant qu'un régime stationnaire est atteint, exprimer la densité du courant de molécules d'eau en fonction des densités particulaires n_0 à la surface de la cuve et n_1 à l'extrémité supérieure du tube de longueur l .
2. Le processus de diffusion est assez lent pour qu'à la base du tube on soit en présence de vapeur d'eau saturante (voir ci-dessous), et l'on admet que cette vapeur suit approximativement la loi des gaz parfaits. Déterminer la masse d'eau qui s'évapore par unité de temps à travers ce dispositif à la température de 20°C. Données numériques : $l = 1$ m ; $S = 20$ cm² ; $D = 2,2 \cdot 10^{-5}$ m².s⁻¹ ; $n_1 = 0$ m⁻³ ; Constante des gaz parfaits, $R = 8,314$ J.K⁻¹.mol⁻¹. La pression de vapeur saturante

est la pression de la vapeur d'eau en équilibre avec l'eau liquide. Elle vaut 133 Pa à 20°C.

EXERCICE 5.

Diffusion de neutrons

On étudie la diffusion unidirectionnelle de neutrons dans un barreau de plutonium cylindrique d'axe (Ox) et de section droite d'aire S , s'étendant entre les abscisses $x = 0$ et $x = L$.

La densité particulière des neutrons dans un volume dV entourant un point M d'abscisse x à l'instant de date t est notée $n(x, t)$. Cette diffusion vérifie la loi de Fick, avec un coefficient de diffusion $D = 22 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$

De plus, à cause des réactions nucléaires entre les neutrons et la matière, des neutrons sont produits. Pendant une durée dt , dans un élément de volume dV , le nombre des neutrons produits est donné par :

$$\square \delta N_p = K n(x, t) dV dt$$

$K = 3,5 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$ est une constante positive homogène à l'inverse d'un temps et caractéristique des réactions nucléaires.

On admettra en première approximation que $n(x, t)$ doit s'annuler à tout instant aux extrémités du barreau cylindrique (en $x = 0$ et en $x = L$). En revanche, on supposera que $n(x, t)$ ne s'annule pas à l'intérieur du cylindre.

1. Montrer que $n(x, t)$ est solution de l'équation :

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + Kn$$

2. Déterminer $n(x)$ à une constante multiplicative près en régime stationnaire.

Montrer que ce régime n'est possible que pour une valeur particulière L_s de la longueur du barreau et calculer L_s .

3. En régime quelconque, on cherche une solution de la forme $n(x, t) = h(x) \exp(-t/\tau)$. Déterminer $h(x)$ et τ . En déduire que $n(x, t)$ diverge si L est supérieure à L_s .

EXERCICE 6.

Diffusion d'atomes de bore

Pour la fabrication de certains composants électroniques, on fait diffuser des atomes de bore dans un substrat de silicium. Cette diffusion vérifie la loi de Fick ; Le coefficient de diffusion des atomes de bore dans le silicium est noté D .

On se limite à un modèle de diffusion unidirectionnel dans la direction notée (Ox). On note $c(x, t)$ la densité particulière des atomes de bore à l'abscisse x et à l'instant de date t .

On dépose sur la face d'entrée du silicium (d'abscisse $x = 0$) et sur une épaisseur négligeable des atomes de bore dont la concentration par unité de surface est notée n_0 .

1. Etablir l'équation différentielle (E) vérifiée par $c(x, t)$.

On cherche une solution de la forme :

$$c(x, t) = B(t) \exp\left(-\frac{x^2}{A(t)}\right) \quad \text{avec} \quad A(t) \text{ et } B(t) \text{ positifs}$$

2. Ecrire la conservation du nombre total d'atomes de bore au cours de la diffusion. En déduire une relation entre n_0 , $A(t)$ et $B(t)$.
3. En utilisant (E) déterminer $A(t)$.
4. En déduire $B(t)$.
5. Commenter les expressions de $c(x, t)$ pour $t = 0$ et $x > 0$, puis pour $x > 0$ et t tend vers l'infini. Tracer l'allure de $c(x, t)$ en fonction de x à une date fixée quelconque.
6. La profondeur de diffusion est définie comme la distance h telle que : $c(h, t) = \frac{c(0, t)}{e}$
Etablir une relation entre h , D et t .
7. Pour $t = 1$ heure, $h = 5 \mu\text{m}$. Calculer D .

Donnée : $\int_0^{\infty} \exp(-u^2) du = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$

EXERCICE 7.

Dans les conditions normales de température et de pression le libre parcours moyen du dioxygène est 9.10^{-8} m. Calculer, dans ces conditions, la constante d'autodiffusion du dioxygène.