Série de TD2: Diffusion thermique

Application de cours : calcul de résistance thermique

⋆ **Cas du mur plan**
Considérons un mur plan d'épaisseur L de conductivité thermique k.

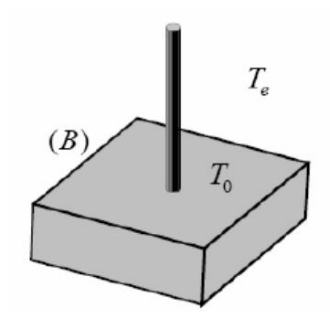
1. Quelle est la température $T(x)$ à l'intérieur du mur, défini par $0 \leq x \leq L$, sachant que $T(0) = T_1$ et $T(L) = T_2$?
2. Exprimer la résistance thermique R_{th} du mur en fonction de k, S et L.

⋆ **Cas d'un conducteur thermique à géométrie sphérique**
Etablir l'expression de la résistance thermique pour un conducteur thermique de conductivité k compris entre deux sphères concentriques $R_1 < R_2$.

⋆ **Cas d'un conducteur thermique à géométrie cylindrique**
Etablir l'expression de la résistance thermique pour un conducteur thermique de conductivité k compris entre deux cylindres concentriques $R_1 < R_2$.

Exercice 1 : Ailette de refroidissement

On considère un corps solide (B), qui peut être le boîtier d'un transistor de puissance. Les phénomènes dissipatifs dont il est le siège le portent à une température supérieure à la température ambiante. Pour faciliter le transfert thermique du boîtier vers l'extérieur, on prolonge (B) par un barreau cylindrique mince, de longueur L et de section S.



On prendra $S = \pi a^2$; par ailleurs, le barreau est suffisamment mince pour que sa température ne dépende que de la variable x, comptée dans le sens de sa longueur.
Le régime sera stationnaire.
L'ailette, de conductivité thermique k, n'étant pas calorifugée, elle présente des pertes thermiques conducto-convectives égales à :

$$\boxed{h[T(x) - T_e]} \text{ en } W.m^{-2}$$

avec :
— $T(x)$ est la température locale du barreau
— et T_e est la "température extérieure", suffisamment loin de l'ailette pour que le milieu y soit à l'équilibre thermique et sans turbulences ; h est le coefficient de transfert thermique de surface, en $W.m^{-2}.K^{-1}$

1. Déterminer la répartition de température $T(x)$ au sein du barreau.
   On posera : $\alpha = \sqrt{\dfrac{ka}{2h}}$ et $\beta = \dfrac{\alpha h}{k}$
2. Calculer le rapport ρ des puissances évacuées par le corps (B) à travers la surface $S = \pi a^2$, en présence du barreau et sans le barreau : dans ce dernier cas, on supposera que les pertes thermiques de surface

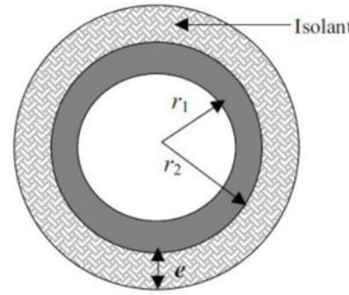
du boîtier obéissent à la loi de Newton, avec le même coefficient h que pour le barreau. A quelle inégalité doit satisfaire la grandeur β pour que l'ailette joue pleinement son rôle ?
Commenter le résultat le résultat obtenu en fonction des paramètres a, h et k.

3. Compte tenu de la réponse à question précédente et pour simplifier les calculs, nous allons considérer que $L \to \infty$.
a) Reprendre alors la question 1).
b) Calculer de deux manières la puissance P_F fournie par le boîtier au barreau.

Exercice 2 : Isolation d'une conduite de vapeur

On considère une conduite cylindrique en acier de rayon interne $r_1 = 5$cm et de rayon externe $r_2 = 10$cm et de longueur $L = 2$m. On note k_a la conductivité thermique de l'acier.

Elle canalise une vapeur surchauffée de température $T_i = 650^{\circ}C$. L'air extérieur est à la température $T_e = 20^{\circ}C$.
On isole cette canalisation à l'aide d'un isolant d'épaisseur e, de forme cylindrique et de conductivité thermique k_i.



Isolation d'une conduite

1. a) Ecrire la loi de Fourier pour des transferts thermiques radiaux (ne dépendant que de r et de t).
b) Donner son expression en régime permanent.
2. Donner l'expression du flux Φ à travers la surface latérale du cylindre en acier, en régime permanent.
3. En intégrant cette expression, donner l'expression de la résistance thermique associée au cylindre en acier.
4. En déduire, sans calcul, simplement en analysant l'expression obtenue en 3), l'expression de la resistance thermique de l'isolant.
5. On note h_{int} le coefficient de convection entre la vapeur d'eau et l'acier et h_{ext} le coefficient de convection entre l'isolant et l'air extérieur.
a) En utilisant la loi de Newton, écrire l'expression du flux convectif de l'eau vers l'acier.
b) Déterminer l'expression de la résistance de convection intérieure $R_{conv,int}$ eau/acier.
c) Déduire l'expression de la résistance thermique de convection extérieure $R_{conv,ext}$ c'est à dire isolant/air.
6. Déterminer l'expression de la résistance thermique équivalente, notée R_{th-eq}, de la conduite ainsi isolée.

Exercice 3

On veut établir l'expression de la résistance thermique d'un volume (de conductivité thermique k) compris entre une demi-sphère de rayon r_1 et une demi-sphère concentrique de rayon r_2 avec $r_2 > r_1$.

1. En supposant que le transfert thermique se fait de façon permanente et monodimensionnelle suivant le rayon r (c'est à dire que les demi-sphères de rayon r avec $r_1 < r < r_2$ sont isothermes), donner l'expression de la résistance thermique R du volume considéré ci-dessus en fonction de r_1, r_2 et k.
On pourra noter P la puissance thermique traversant le dôme hémisphérique vers l'extérieur, $T(r_1)$ la température de la sphère de rayon r_1 et $T(r_2)$ celle de la sphère de rayon r_2.
2. Un dôme hémisphérique est constitué d'un isolant thermique d'épaisseur 15 cm (compris entre la demi-sphère de rayon 4.8m et celle de rayon 4.95m) de conductivité $k_{iso} = 0.03$U.S.I puis d'une plaque de 5 cm d'acier de conductivité $k_{acier} = 0.5$ U.S.I (entre la demi-sphère de rayon 4.95m et celle de rayon 5m). La partie extérieure du dôme est soumise à la convection et au rayonnement comme toutes les autres surfaces externes, la partie interne à la seule convection de coefficient global h_{int}.
Donner l'expression puis calculer la résistance thermique globale de l'air intérieur vers l'air extérieur : en déduire la puissance thermique P perdue si $T_0 = 0^{\circ}C$ et $T_{int} = 20^{\circ}C$.