

TP 2: Algorithmique fonctionnelle

Récurtivité - Pattern-matching

Hervé de Milleville - Stefan Bornhofen - Peio Loubière

1 Pour se chauffer...

1.1 Quotient

Écrire une fonction récursive qui calcule le quotient de la division entière de deux nombres strictement positifs (sans utiliser l'opérateur `div`).

1.2 Reste

Écrire une fonction récursive qui calcule le reste de la division entière de deux nombres strictement positifs (sans utiliser l'opérateur `mod`).

1.3 Miroir

La fonction miroir donne l'inverse d'une chaîne de caractères, c'est-à-dire la chaîne formée des mêmes caractères mais dans l'ordre inverse, par exemple `miroir("séminaire") = "erianimés"`. Écrire un algorithme récursif qui permet de réaliser cette fonction.

Utiliser les fonctions `String.get` et `String.sub`.

2 Soyons sérieux !

2.1 Le nombre π

Le nombre π est un nombre particulier (au même titre que le nombre e). Il a la particularité d'avoir une partie décimale infinie et non cyclique, mais aussi de pouvoir être calculé par plusieurs méthodes, certaines algébriques, d'autres plutôt statistiques.

- Le nombre π peut se calculer (selon Euler) par un développement en série. Cette série s'écrit de la forme suivante :

$$\pi^2 = 6 * (1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{n^2})$$

- Selon Leibniz π se calcule par la formule suivante :

$$\pi = 4 * \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \dots \right)$$

- Enfin¹ une méthode statistique, dite de Monte-Carlo, permet de trouver le nombre π , basé sur une propriété statistique :

Traçons un carré dont le demi-côté mesure une unité et inscrivons-y un cercle de rayon unitaire. La surface du carré est de 4 et celle du cercle est de π . Si on choisi au hasard un point dans le carré, la probabilité qu'il se trouve dans le cercle est de $\frac{\pi}{4}$. Et par conséquent, en recommençant de plus en plus souvent le choix aléatoire d'un point du carré, le rapport entre le nombre de points se trouvant dans le cercle (dont la distance à l'origine est inférieure à 1) et le nombre de points choisis doit s'approcher de $\frac{\pi}{4}$

Écrire les fonctions appropriées pour chacune de ces méthodes.

2.2 Puissance

On souhaite écrire une fonction récursive **puissance** qui prend en paramètre un réel n et un entier k et renvoie le calcul de n^k . Par ailleurs, cette fonction prend en compte les cas où k est négatif. Il existe, pour se faire, une méthode de calcul de n^k efficace : la méthode par dichotomie. Elle repose sur le fait que si k est pair alors $n^k = (n^{k/2})^2$ et $n^k = n * n^{k-1}$ sinon. Écrire la fonction récursive **puiss-dic** qui calcule n^k par dichotomie.

1. Il en existe beaucoup d'autres, mais nous ne les ferons pas toutes !