

Mac CLUSKEY

Mayorquim@eisti.fr

EISTI - 15 Décembre 2004

1.1 Exemple

Soit les fonctions booléennes :

$$f_{\alpha}(x_1, x_2x_3, x_4) = \sum_6 m(2, 4, 10, 11, 12, 13) \quad (1.1.1)$$

$$f_{\beta}(x_1, x_2x_3, x_4) = \sum_5 m(4, 5, 10, 11, 13) \quad (1.1.2)$$

$$f_{\gamma}(x_1, x_2x_3, x_4) = \sum_6 m(1, 2, 3, 10, 11, 12) \quad (1.1.3)$$

Table 1.1: *Minterms.*

<i>Nombres de 1s</i>	<i>Minterms</i>
	1 $\gamma \checkmark$
1	2 $\alpha\gamma \checkmark$
	4 $\alpha\beta \mathbf{i}$
-----	-----
	3 $\gamma \checkmark$
	5 $\beta \checkmark$
2	10 $\alpha\beta\gamma \checkmark$
	12 $\alpha\gamma \mathbf{j}$
-----	-----
	11 $\alpha\beta\gamma \checkmark$
3	13 $\alpha\beta \mathbf{e}$
-----	-----

2 † 1.1 Exemple

Table 1.2: Cubes d'ordre 1.

1,3(2) γ **f**
 2,3(1) γ \checkmark
 2,10(8) $\alpha\gamma$ **g**
 4,5(1) β **d**
 4,12(8) α **b**
 ———
 3,11(8) γ \checkmark
 5,13(8) β **e**
 10,11(1) $\alpha\beta\gamma$ **h**
 12,13(1) α **c**

Table 1.3: Cubes d'ordre 2.

2,3,10,11(1,8) γ **a**

Table 1.4: Primes implicants pour la fonction f_α .

Fonctions des Cubes	Prime Implicant	2	4	10	11	12	13
γ	a						
α	b		\checkmark			\checkmark	
α	c					\checkmark	\checkmark
β	d						
β	e						
γ	f						
$\alpha\gamma$ *	g	\checkmark		\checkmark			
$\alpha\beta\gamma$ *	h			\checkmark	\checkmark		
$\alpha\beta$	i		\checkmark				
$\alpha\gamma$	j					\checkmark	
$\alpha\beta$	k						\checkmark
		\boxtimes		\diamond	\boxtimes		

Il faut noter que **g** et **h** sont obligatoires. Donc, \boxtimes est obligatoire et \diamond est par conséquence.

Table 1.5: Primes implicants pour la fonction f_β .

Fonctions des Cubes	Prime Implicant	4	5	10	11	13
γ	a					
α	b					
α	c					
β	d	✓	✓			
β	e		✓			✓
γ	f					
$\alpha\gamma$	g					
$\alpha\beta\gamma^*$	h			✓	✓	
$\alpha\beta$	i	✓				
$\alpha\gamma$	j					
$\alpha\beta$	k					✓
				✕	✕	

Il faut noter que **h** est obligatoire. Donc, ✕ est obligatoire et \diamond est par conséquent.

Table 1.6: Primes implicants pour la fonction f_γ .

Fonctions des Cubes	Prime Implicant	1	2	3	10	11	12
γ	a		✓	✓	✓	✓	
α	b						
α	c						
β	d						
β	e						
γ^*	f	✓		✓			
$\alpha\gamma$	g		✓		✓		
$\alpha\beta\gamma^{**}$	h				✓	✓	
$\alpha\beta$	i						
$\alpha\gamma^*$	j						✓
$\alpha\beta$	k						
		✕	\diamond	✕	\diamond	\diamond	✕

Il faut noter que **f** et **g** sont obligatoires. Il est obligatoire **h** pour les fonctions α et β . Donc, ✕ est obligatoire et \diamond est par conséquent.

La fonction booléenne f_γ est défini par les cubes **f**, **h** et **j**. Donc,

$$f_\gamma(x_1, x_2, x_3, x_4) = f + h + j.$$

Nous devons refaire l'inclusion des primes implicants pour les fonctions booléennes f_α et f_β . Nous obtiendrons les Tableaux 1.7 et 1.8.

4 † 1.1 Exemple

Table 1.7: Primes implicants réduit pour la fonction f_α .

Fonctions des Cubes	Prime Implicant	4	13
α	b	✓	
α	c		✓
β	d		
β	e		
$\alpha\beta$	i	✓	
$\alpha\gamma$	j		✓

Table 1.8: Primes implicants réduit pour la fonction f_β .

Fonctions des Cubes	Prime Implicant	4	5	13
α	b			
α	c			
β	d	✓	✓	
β	e		✓	✓
$\alpha\beta$	i	✓		
$\alpha\gamma$	j			✓

$$(b+i)(c+k)(d+i)(d+e)(e+k) = 1$$

$$(b+i)(d+i)(c+k)(d+e)(k+e) = 1$$

$$(bd+i)(c+k)(dk+e) = 1$$

$$(bcd+bdk+ci+ik)(dk+e) = 1$$

$$bcde + bdek + cei + eik + bcdk + bdk + cdik + dik = 1$$

En utilisant l'axiome : $a + ab = a$.

$$bcde + bdk + dik + cei + eik = 1$$

Nous avons un cube d'ordre 0 et quatre cubes d'ordres 1. Donc, nous devons choisir un cube d'ordre 1. Par exemple, le cube cei .

Les réponses des fonctions sont les suivantes :

$$f_\alpha(x_1, x_2, x_3, x_4) = c + g + h + i,$$

ou

$$f_{\alpha}(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_4 \times x_3 \times \bar{x}_2 + \bar{x}_3 \times x_2 \times \bar{x}_1 + x_4 \times \bar{x}_3 \times x_2 + \bar{x}_4 \times x_3 \times \bar{x}_2 \times x_1 \times .$$

$$f_{\beta}(x_1, x_2, x_3, x_4) = e + h + i,$$

ou

$$f_{\beta}(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_4 \times x_3 \times \bar{x}_2 \times x_1 + x_4 \times \bar{x}_3 \times x_2 + \bar{x}_4 \times x_3 \times \bar{x}_2 \times x_1 \times .$$

$$f_{\gamma}(x_1, x_2, x_3, x_4) = f + g + h + j,$$

ou

$$f_{\gamma}(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_4 \times \bar{x}_3 \times \bar{x}_1 + \bar{x}_4 \times \bar{x}_3 \times x_1 + x_4 \times \bar{x}_3 \times x_2 + x_4 \times x_3 \times \bar{x}_2 \times x_1 .$$