

ANALYSE NUMÉRIQUE

T.P. N° 1

ALEXANDRE PELTIER

LOUIS PENDU

N° Groupe : B6

Observations :

	ANALYSE	:	
	RÉSULTATS	:	
Notes :	PROGRAMMATION	:	Total :
	RAPPORT	:	

Rapport du TP1

25 mars 2011

Table des matières

1 Introduction :	1
1.1 Première partie : Calcul classique	2
1.2 Deuxième partie : Calcul de Horner	5
1.3 Troisième Partie : Comparaison	8

1 Introduction :

Nous sommes ici confrontés à un problème typiquement informatique. En effet il s'agit d'évaluer les erreurs de représentation d'une machine selon le nombre de bits de mantisse de celle-ci. Afin de visualiser ce phénomène nous avons travaillé sur un polynôme de degré trois en le calculant de deux façons différentes par la méthode classique et la méthode de Horner et en simulant des machines de différentes tailles de mantisse. Tous les graphes utilisés dans ce rapport ont été réalisés avec une mantisse de 16 bits. A l'aide de ce rapport nous allons montrer que la manière d'effectuer des calculs influe fortement sur les erreurs que peut commettre une machine.

Analyse :

1.1 Première partie : Calcul classique

Comme premier travail nous avons codé en scilab le polynôme suivant :

$$P(x) = -1 + 3 * x - 3 * x^2 + x^3 \quad (1)$$

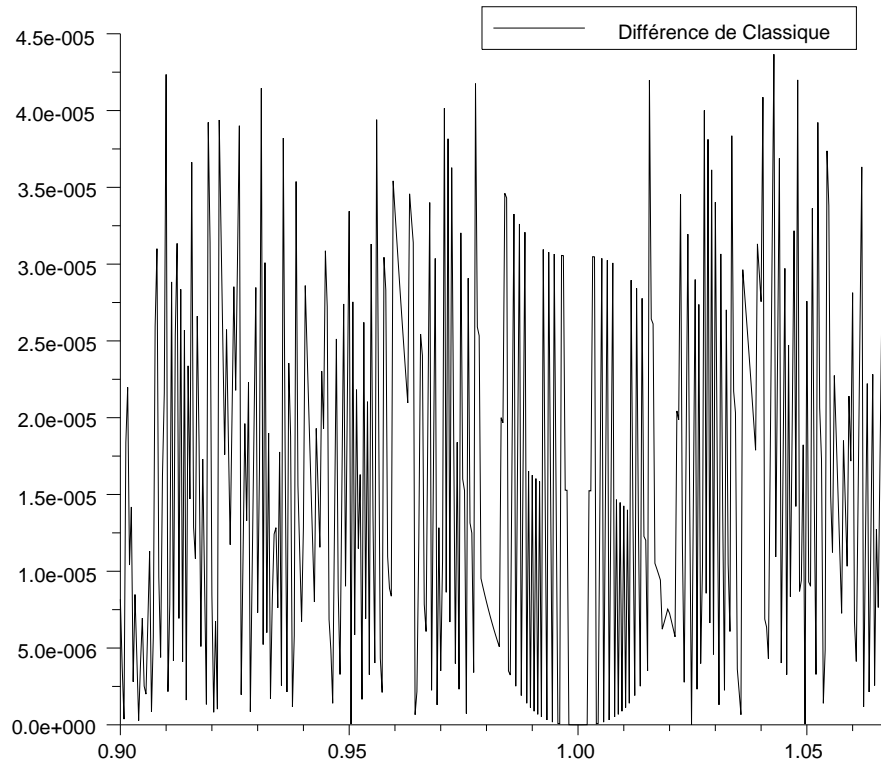
Nous avons donc calculé la valeur de ce polynôme sur un intervalle $[1-\delta, 1+\delta]$ (le δ pouvant prendre la valeur 0,1 ou 0,5 selon le choix de l'utilisateur au début du programme) avec la double précision de la machine utilisée afin d'obtenir des valeurs de référence lors de la comparaison avec les valeurs calculées avec une précision moindre.

classique.pdf classique.pdf not found. See the pdf tex.de fpackage documentation for explanation.

Le graphe obtenu ci-dessus est difficilement interprétable et lisible car nos 2 courbes sont sensiblement égales. C'est pourquoi nous joignons ci-dessous un zoom de ce graphe afin de pouvoir expliquer le résultat obtenu.

classiquezoom.pdf *classiquezoom.pdf*'not found. Ω See the pdf *tex.de* packaged documentation for ϵ .
On voit bien ici après zoom que nos deux courbes sont très proches mais qu'il y a une erreur entre les deux

Dans un deuxième temps on s'intéresse à cette erreur. Le graphe ci-dessous représente donc la différence de chaque point entre le calcul classique et le calcul approché



Sur ce graphe on se rend compte que l'erreur absolue est comprise entre 0 et $4.5 * 10^{-5}$. Cette erreur est assez proche de $z \ddot{i} \frac{1}{2} r_0$ donc l'erreur est assez faible. Avec Scilab nous avons aussi calculé $\ddot{i} \frac{1}{2}$ l'erreur moyenne absolue qui correspond $\ddot{i} \frac{1}{2}$ une moyenne de toutes les valeurs affichées sur le graphe $\ddot{i} \frac{1}{2} c \ddot{i} \frac{1}{2}$ dent. On a obtenu une erreur absolue :

$$E(classique) = 0.000016 \quad (2)$$

Malgré $\ddot{i} \frac{1}{2}$ tout afin de minimiser cette erreur on essaye de faire une meilleure approximation en utilisant la méthode de Horner.

1.2 Deuxième partie : Calcul de Horner

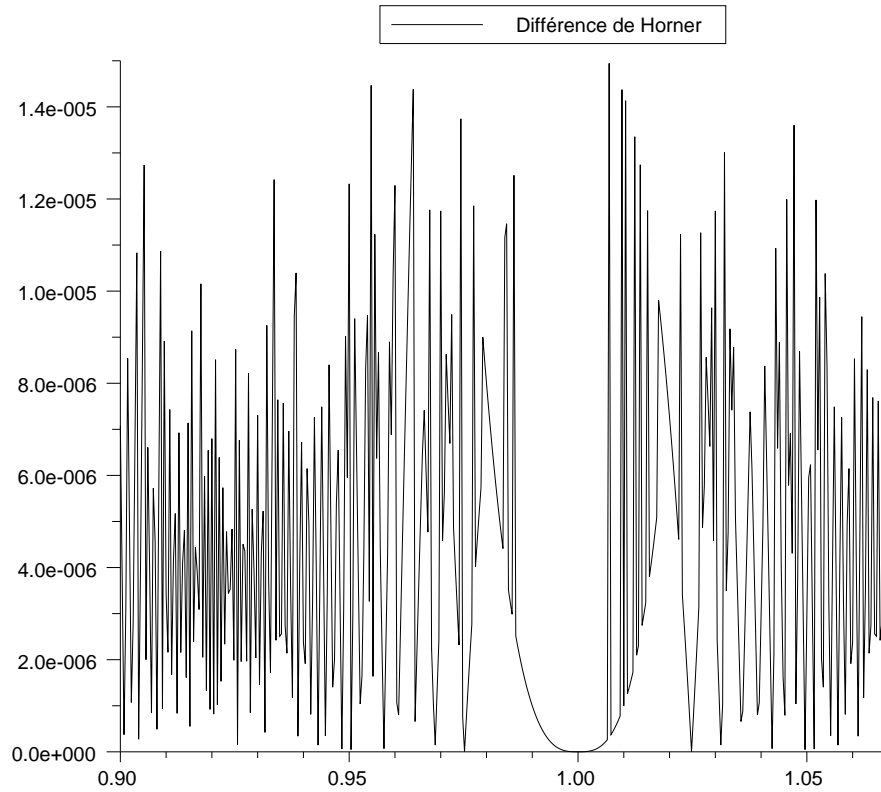
Afin de mener à bien notre objectif qui est de montrer l'influence de l'algorithme de calcul sur la précision du résultat, nous avons aussi codé ce polynôme mais sous la forme de Horner :

$$P(x) = -1 + x(3 + x(-3 + x)) \quad (3)$$

horner1.pdf not found. See the pdf tex.de fpackagedocumentation for explanation.
Le graphe obtenu ci-dessus est assez similaire au premier graphe obtenu au début du TP. Il est tout aussi difficile de le lire c'est pourquoi par un souci de clarté et pour une étude plus fine nous avons fait zoomer sur une partie de ce graphe.

$\frac{1}{2}$ Horner1zoom.pdfHorner1zoom.pdf'not found.ΩΩSeethepdf.tex.defpackagedocumentationforexpla
 Lors du zoom on voit que nos courbes sont assez similaires mais il existe une
 erreur que nous allons étudier, déterminer puis comparer par la suite avec
 les résultats par la méthode classique.

À présent on s'intéresse donc à cette erreur. Le graphe ci-dessous représente
 donc la différence de chaque point entre le calcul de Horner et celui induit
 par son approximation.



Sur ce graphe on se rend compte que l'erreur absolue est comprise entre 0 et $1.5 * 10^{-5}$. Cette erreur est relativement proche de $z_{i, \frac{1}{2}}^{\text{ro}}$ mais ce graphe ne permet pas de la comparer avec celle obtenue par la méthode classique les valeurs $i_{i, \frac{1}{2}}$ tant bien trop dispersées.

Avec Scilab nous avons tout comme pour l'autre méthode calculé l'erreur moyenne absolue afin de pouvoir la comparer avec l'erreur présentée. Cette erreur correspond à une moyenne de toutes les valeurs affichées sur le graphe. On a obtenu une erreur absolue :

$$E(\text{horner}) = 0.000005 \quad (4)$$

1.3 Troisième Partie : Comparaison

Dans cette partie nous nous intéressons à la comparaison des deux erreurs afin de déterminer laquelle des deux méthodes doit être choisie pour calculer notre polynôme. Pour rappel voici les moyennes des deux erreurs absolues que nous avons calculées :

$$E(\text{classique}) = 0.000016 \quad (5)$$

$$E(\text{horner}) = 0.000005 \quad (6)$$

On constate donc que l'erreur par la méthode classique est trois fois plus grande que celle de Horner. Par conséquent il est préférable, afin d'avoir une erreur moindre, d'utiliser la méthode de Horner pour calculer notre polynôme.