

IDENTIFICATION PAR MOINDRES CARRÉS

INTRODUCTION

En chimie on utilise souvent le modèle de la réaction Van der Vusse, selon lequel une substance chimique A entre dans le réacteur et réagit avec d'autres substances pour produire la substance B en sortie, en dégageant de la chaleur comme illustré sur la figure suivante :



Définissons les variables réelles suivantes :

- c_B la concentration de produit B (variable contrôlée) ;
- c_A la concentration de produit A (mesurée) ;
- T la température dans le réacteur (mesurée) ;
- T_K la température dans le réfrigérant (mesurée) ;
- F le flot d'entrée du produit A (variable manipulée) ;
- Q_K le dégagement de chaleur (variable manipulée).

Les variables de commande sont F et Q_K . La variable commandée est c_B et on veut la contrôler en manipulant les variables d'entrée F et Q_K .

Pour décrire la dynamique de ce système, on introduit des équations différentielles non linéaires reliées à la conservation de masse et d'énergie. En simplifiant et après diverses manipulations, on arrive à un système, dit *système d'état*, dont les équations sont données ci-après :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t); \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2, u \in \mathbb{R}, \mathbf{A} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^2$$

où $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$, avec x_1 la variation du flot d'entrée du produit A et x_2 la variation du flot de sortie du produit B, ces variations étant mesurées par rapport à des valeurs nominales.

L'objectif de la commande est de stabiliser la réaction tout en obtenant à la sortie la quantité désirée du produit B. Cette stabilisation peut se réaliser à l'aide du terme $\mathbf{b}u(t)$ où

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ et } u(t) \text{ la commande du système à l'instant } t.$$

Pour vérifier si une quantité donnée du produit est obtenue tout au long du fonctionnement du réacteur, il faut pouvoir évaluer la valeur de x_2 pour chaque t , c'est-à-dire il faut pouvoir simuler le système en utilisant les équations d'état. Pour ce faire il faut identifier le système, c'est-à-dire il faut pouvoir exprimer $x_1(k+1)$ en fonction de $x_1(k), x_1(k-1), \dots, x_2(k), x_2(k-1), \dots$ en utilisant la méthode des moindres carrés, selon la relation

$$x_1(k+1) = a_1x_1(k) + \dots + b_1x_2(k) + \dots; k \geq 0$$

Notons que les coefficients a_1, \dots, b_1, \dots expriment la dynamique du système.

TRAVAIL À FAIRE

On considère le système

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -10 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

avec conditions initiales $\begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

On prendra : temps initial $t_0 = 0$, temps final $t_1 = 12$ et temps d'échantillonnage $dt = 0.05$. La commande sera $u(t) = 1, t \geq 0$, c'est-à-dire on obtiendra la *réponse indicielle* du système.

- (1) En utilisant les programmes Scilab `labo2.sce`, `etat.sci` et `graphique.sci`, vous obtiendrez la résolution du système et les résultats seront stockés dans le tableau `S`.
- (2) En utilisant les signaux du tableau `S`, vous écrirez un programme en Scilab qui effectue l'identification de la sortie du système par moindres carrés selon le modèle du 1er ordre

$$x_2(k+1) = a_1x_1(k) + b_1x_2(k); k \geq 0$$

Vous obtiendrez ainsi le vecteur $\mathbf{a} = [a_1, b_1]^T$ des paramètres du système.

- (3) Vous évaluez la qualité de l'identification.
- (4) On utilisera maintenant le vecteur des paramètres pour prédire de quelle façon évolue le système, si on change la valeur de la commande de 1 à 5, c'est-à-dire si on pose $u(t) = 5, t \geq 0$.
- (5) Vous évaluez la qualité de la prédiction.
- (6) Afin d'améliorer la qualité de la prédiction, on cherchera à utiliser pour l'identification des modèles d'ordre supérieur (2e ordre, 3e, ...). Pour chacun de ces modèles, répétez les étapes 3 à 5.
- (7) Conclusion générale concernant la faisabilité de la prédiction de la sortie d'un système, en utilisant des modèles issus de l'identification de ce système.

DÉLAI

Les programmes et le rapport, sous forme d'un fichier compacté, doivent être déposés jusqu'au **lundi 30 mai**.

Nous vous rappelons qu'un programme doit impérativement comporter un programme principal avec l'extension `.sce` et, éventuellement, des fonctions avec l'extension `.sci`. En absence du programme principal, il est impossible de faire la correction et donc de noter votre travail.