

E.I.S.T.I.

Année scolaire 2009-2010

SPÉCIALISATION "GÉNIE MATHÉMATIQUE"

Projets de Pôle "EDP - Différences finies - C++"

ENONCÉS

1 SUJET 1

Résolution de problème aux limites de Dirichlet pour une équation de chaleur

L'objectif de ce projet est d'étudier la solution du problème aux limites de Dirichlet pour l'équation de chaleur.

$$\begin{cases} u_t = 4u_{xx}, & x \in]0, 1[, t > 0 \\ u(x, 0) = 4 \sin(2\pi x) - \sin(\pi x) \\ u(0, t) = 0; \quad u(1, t) = t(t - 1) \end{cases}$$

PARTIE I. ETUDE ANALYTIQUE

Résoudre ce problème aux limites en utilisant la méthode de séparation des variables.

PARTIE II. RÉOLUTION NUMÉRIQUE.

1. Pour résoudre le problème numériquement, on va limiter la variation du temps à un intervalle $[0, T]$ avec T paramètre du programme. Définir une grille sur le rectangle $[0, L] \times [0, T]$ de pas Δx pour la variable x et de pas Δt pour la variable t .
2. Discrétiser les conditions aux limites et les conditions initiales.
3. Discrétiser l'équation à l'aide de la méthode de Crank-Nicolson
4. Ecrire les équations aux différences finies obtenues sous forme matricielle.
5. utiliser l'algorithme de Thomas pour trouver la solution de système d'équations obtenu à chaque itération.
6. Visualiser les solutions pour $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$.

PARTIE III. COMPARAISON DES RÉSULTATS

1. Tracez la fonction solution analytique obtenue dans la **partie I** aux mêmes instants de temps et comparez la avec les solutions numériques obtenues dans les **parties II et III**.
2. Sur toute la grille de calcul de la solution numérique de l'EDP (**partie II**) évaluer l'erreur maximale.

2 SUJET 2

Résolution de problème aux limites pour une équation parabolique

L'objectif de ce projet est d'étudier la solution du problème aux limites pour l'équation suivante:

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + u_x, & x \in]0, 1[, t > 0 \\ u(x, 0) = e^{-0.5x}x(x-1) \\ u(0, t) = 0; \quad u(1, t) = 0 \end{cases}$$

PARTIE I. ETUDE ANALYTIQUE

1. Montrer que l'équation est parabolique
2. Effectuer le changement d'inconnue

$$u(x, t) = e^{\alpha x + \beta t} v(x, t)$$

en choisissant les coefficients α et β de telle sorte que v soit solution de l'équation de chaleur

$$v_t = v_{xx}$$

3. Déterminer les nouvelles conditions aux limites et initiale pour la nouvelle inconnue v .
4. Résoudre le problème aux limites pour l'équation de chaleur obtenu.
5. En déduire la solution $u(x, t)$.

PARTIE II. RÉOLUTION NUMÉRIQUE.

1. Pour résoudre le problème numériquement, on va limiter la variation du temps à un intervalle $[0, T]$ avec T paramètre du programme. Définir une grille sur le rectangle $[0, L] \times [0, T]$ de pas Δx pour la variable x et de pas Δt pour la variable t .
2. Discrétiser les conditions aux limites et les conditions initiales.
3. Discrétiser l'équation à l'aide de la méthode de Crank-Nicolson
4. Ecrire les équations aux différences finies obtenues sous forme matricielle.
5. utiliser l'algorithme de Thomas pour trouver la solution de système d'équations obtenu à chaque itération.
6. Visualiser les solutions pour $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$.

PARTIE III. COMPARAISON DES RÉSULTATS

1. Tracez la fonction solution analytique obtenue dans la **partie I** aux mêmes instants de temps et comparez la avec les solutions numériques obtenues dans les **parties II et III**.
2. Sur toute la grille de calcul de la solution numérique de l'EDP (**partie II**) évaluer l'erreur maximale.

3 SUJET 3

Résolution de problème aux limites mixtes pour l'équation de chaleur

L'objectif de ce projet est d'étudier la solution du problème aux limites pour l'équation suivante:

$$\begin{cases} u_t = u_{xx}, & x \in]0, 1[, t > 0 \\ u(0, x) = x - 1 \\ u_x(0, t) = 1; & u(1, t) = 0 \end{cases}$$

PARTIE I. ETUDE ANALYTIQUE

1. Conditions aux limites non homogènes. Rechercher la fonction $w(x, t) = \alpha(t)x + \beta(t)x^2$ en choisissant les coefficients $\alpha(t)$ et $\beta(t)$ de telle sorte que w vérifie les conditions aux limites du problème
2. Poser $u(x, t) = v(x, t) + w(x, t)$ Déterminer l'équations de chaleur avec second membre et la condition initiale pour la nouvelle inconnue v .
3. Résoudre le problème aux limites pour l'équation de chaleur obtenu.
4. En déduire la solution $u(x, t)$.

PARTIE II. RÉOLUTION NUMÉRIQUE.

1. Pour résoudre le problème numériquement, on va limiter la variation du temps à un intervalle $[0, T]$ avec T paramètre du programme. Définir une grille sur le rectangle $[0, L] \times [0, T]$ de pas Δx pour la variable x et de pas Δt pour la variable t .
2. Discrétiser les conditions aux limites et les conditions initiales.
3. Discrétiser l'équation à l'aide de la méthode de Crank-Nicolson
4. Ecrire les équations aux différences finies obtenues sous forme matricielle.
5. utiliser l'algorithme de Thomas pour trouver la solution de système d'équations obtenu à chaque itération.
6. Visualiser les solutions pour $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$.

PARTIE III. COMPARAISON DES RÉSULTATS

1. Tracez la fonction solution analytique obtenue dans la **partie I** aux mêmes instants de temps et comparez la avec les solutions numériques obtenues dans les **parties II et III**.
2. Sur toute la grille de calcul de la solution numérique de l'EDP (**partie II**) évaluer l'erreur maximale.

4 SUJET 4

Résolution de problème aux limites pour une équation parabolique

L'objectif de ce projet est d'étudier la solution du problème aux limites pour l'équation suivante:

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + 2u + e^{2t}x(x-1), & x \in]0, 1[, t > 0 \\ u(x, 0) = 0 \\ u(0, t) = 0; \quad u(1, t) = 0 \end{cases}$$

PARTIE I. ETUDE ANALYTIQUE

1. Montrer que l'équation est parabolique
2. Effectuer le changement d'inconnue

$$u(x, t) = e^{\alpha x + \beta t} v(x, t)$$

en choisissant les coefficients α et β de telle sorte que v soit solution de l'équation de chaleur

$$v_t = v_{xx} + f(x, t)$$

Préciser la fonction $f(x, t)$.

3. Déterminer les nouvelles conditions aux limites et initiale pour la nouvelle inconnue v .
4. Résoudre le problème aux limites pour l'équation de chaleur obtenu.
5. En déduire la solution $u(x, t)$.

PARTIE II. RÉOLUTION NUMÉRIQUE.

1. Pour résoudre le problème numériquement, on va limiter la variation du temps à un intervalle $[0, T]$ avec T paramètre du programme. Définir une grille sur le rectangle $[0, L] \times [0, T]$ de pas Δx pour la variable x et de pas Δt pour la variable t .
2. Discrétiser les conditions aux limites et les conditions initiales.
3. Discrétiser l'équation à l'aide de la méthode de Crank-Nicolson
4. Ecrire les équations aux différences finies obtenues sous forme matricielle.
5. utiliser l'algorithme de Thomas pour trouver la solution de système d'équations obtenu à chaque itération.
6. Visualiser les solutions pour $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$.

PARTIE III. COMPARAISON DES RÉSULTATS

1. Tracez la fonction solution analytique obtenue dans la **partie I** aux mêmes instants de temps et comparez la avec les solutions numériques obtenues dans les **parties II et III**.
2. Sur toute la grille de calcul de la solution numérique de l'EDP (**partie II**) évaluer l'erreur maximale.

5 SUJET 5

Résolution de problème aux limites de Neumann pour l'équation de chaleur

L'objectif de ce projet est d'étudier la solution du problème aux limites pour l'équation suivante:

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + t \cdot \cos(\pi x), & x \in]0, 1[, t > 0 \\ u(0, x) = (x - 1)^2 \\ u_x(0, t) = -2; \quad u_x(1, t) = 0 \end{cases}$$

PARTIE I. ETUDE ANALYTIQUE

1. Conditions aux limites non homogènes. Rechercher la fonction $w(x, t) = \alpha(t)x + \beta(t)x^2$ en choisissant les coefficients $\alpha(t)$ et $\beta(t)$ de telle sorte que w vérifie les conditions aux limites du problème
2. Poser $u(x, t) = v(x, t) + w(x, t)$ Déterminer l'équations de chaleur avec second membre et la condition initiale pour la nouvelle inconnue v .
3. Résoudre le problème aux limites pour l'équation de chaleur obtenu.
4. En déduire la solution $u(x, t)$.

PARTIE II. RÉOLUTION NUMÉRIQUE.

1. Pour résoudre le problème numériquement, on va limiter la variation du temps à un intervalle $[0, T]$ avec T paramètre du programme. Définir une grille sur le rectangle $[0, L] \times [0, T]$ de pas Δx pour la variable x et de pas Δt pour la variable t .
2. Discrétiser les conditions aux limites et les conditions initiales.
3. Discrétiser l'équation à l'aide de la méthode de Crank-Nicolson
4. Ecrire les équations aux différences finies obtenues sous forme matricielle.
5. utiliser l'algorithme de Thomas pour trouver la solution de système d'équations obtenu à chaque itération.
6. Visualiser les solutions pour $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$.

PARTIE III. COMPARAISON DES RÉSULTATS

1. Tracez la fonction solution analytique obtenue dans la **partie I** aux mêmes instants de temps et comparez la avec les solutions numériques obtenues dans les **parties II et III**.
2. Sur toute la grille de calcul de la solution numérique de l'EDP (**partie II**) évaluer l'erreur maximale.

6 SUJET 6

Résolution de problème aux limites de Dirichlet pour une équation de chaleur non homogène

L'objectif de ce projet est d'étudier la solution du problème aux limites de Dirichlet pour l'équation de chaleur.

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + e^{-t}x(x-1), & x \in]0, 1[, t > 0 \\ u(x, 0) = \sin(\pi x) \\ u(0, t) = 0; \quad u(1, t) = 0 \end{cases}$$

PARTIE I. ETUDE ANALYTIQUE

Résoudre ce problème aux limites en utilisant la méthode de séparation des variables.

PARTIE II. RÉOLUTION NUMÉRIQUE.

1. Pour résoudre le problème numériquement, on va limiter la variation du temps à un intervalle $[0, T]$ avec T paramètre du programme. Définir une grille sur le rectangle $[0, L] \times [0, T]$ de pas Δx pour la variable x et de pas Δt pour la variable t .
2. Discrétiser les conditions aux limites et les conditions initiales.
3. Discrétiser l'équation à l'aide de la méthode de Crank-Nicolson
4. Ecrire les équations aux différences finies obtenues sous forme matricielle.
5. utiliser l'algorithme de Thomas pour trouver la solution de système d'équations obtenu à chaque itération.
6. Visualiser les solutions pour $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$.

PARTIE III. COMPARAISON DES RÉSULTATS

1. Tracez la fonction solution analytique obtenue dans la **partie I** aux mêmes instants de temps et comparez la avec les solutions numériques obtenues dans les **parties II et III**.
2. Sur toute la grille de calcul de la solution numérique de l'EDP (**partie II**) évaluer l'erreur maximale.

7 SUJET 7

Résolution de problème de Cauchy pour une équation parabolique

L'objectif de ce projet est d'étudier la solution du problème aux limites pour l'équation suivante:

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} - u, & x \in \mathbb{R}, t > 0 \\ u(x, 0) = e^{-x^2} \end{cases}$$

PARTIE I. ETUDE ANALYTIQUE

1. Montrer que l'équation est parabolique
2. Effectuer le changement d'inconnue $u(x, t) = e^{\alpha x + \beta t} v(x, t)$ en choisissant les coefficients α et β de telle sorte que v soit solution de l'équation de chaleur $v_t = v_{xx}$
3. Déterminer la nouvelle condition initiale pour la nouvelle inconnue v .
4. Résoudre le problème de Cauchy pour l'équation de chaleur obtenu.
5. En déduire la solution $u(x, t)$.
6. Donner l'asymptote de la solution $u(x, t)$ quand $x \rightarrow +\infty$
7. Donner l'asymptote de la solution $u(x, t)$ quand $x \rightarrow -\infty$

PARTIE II. RÉOLUTION NUMÉRIQUE.

1. Pour résoudre le problème numériquement, on va limiter la variation du temps à un intervalle $[0, T]$ avec T paramètre du programme, et la variation de x à l'intervalle $[-L, L]$ avec L paramètre du programme. Définir une grille sur le rectangle $[-L, L] \times [0, T]$ de pas Δx pour la variable x et de pas Δt pour la variable t .
2. On prend pour conditions aux limites numériques les asymptotes de la solution analytique en $\pm\infty$ en remplaçant éventuellement x par L et $-L$ respectivement. Discrétiser les conditions aux limites et les conditions initiales.
3. Discrétiser l'équation à l'aide de la méthode de Crank-Nicolson; écrire les équations aux différences finies obtenues sous forme matricielle.
4. utiliser l'algorithme de Thomas pour trouver la solution de système d'équations obtenu à chaque itération.
5. Visualiser les solutions pour $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$.

PARTIE III. COMPARAISON DES RÉSULTATS

1. Tracez la fonction solution analytique obtenue dans la **partie I** aux mêmes instants de temps et comparez la avec les solutions numériques obtenues dans les **parties II et III**.
2. Sur toute la grille de calcul de la solution numérique de l'EDP (**partie II**) évaluer l'erreur maximale.

8 SUJET 8

Résolution de problème de Cauchy pour l'équation de chaleur non-homogène

L'objectif de ce projet est d'étudier la solution du problème aux limites pour l'équation suivante:

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + e^{-x^2}, & x \in \mathbb{R}, t > 0 \\ u(x, 0) = g(x) \end{cases}$$

où

$$g(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } |x| \leq 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

PARTIE I. ETUDE ANALYTIQUE

1. Résoudre le problème de Cauchy pour l'équation de chaleur.
2. Donner l'asymptote de la solution $u(x, t)$ quand $x \rightarrow +\infty$
3. Donner l'asymptote de la solution $u(x, t)$ quand $x \rightarrow -\infty$

PARTIE II. RÉOLUTION NUMÉRIQUE.

1. Pour résoudre le problème numériquement, on va limiter la variation du temps à un intervalle $[0, T]$ avec T paramètre du programme, et la variation de x à l'intervalle $[-L, L]$ avec L paramètre du programme. Définir une grille sur le rectangle $[-L, L] \times [0, T]$ de pas Δx pour la variable x et de pas Δt pour la variable t .
2. On prend pour conditions aux limites numériques les asymptotes de la solution analytique en $\pm\infty$ en remplaçant éventuellement x par L et $-L$ respectivement.
3. Discrétiser les conditions aux limites et les conditions initiales.
4. Discrétiser l'équation à l'aide de la méthode de Crank-Nicolson
5. Ecrire les équations aux différences finies obtenues sous forme matricielle.
6. utiliser l'algorithme de Thomas pour trouver la solution de système d'équations obtenu à chaque itération.
7. Visualiser les solutions pour $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$.

PARTIE III. COMPARAISON DES RÉSULTATS

1. Tracez la fonction solution analytique obtenue dans la **partie I** aux mêmes instants de temps et comparez la avec les solutions numériques obtenues dans les **parties II et III**.
2. Sur toute la grille de calcul de la solution numérique de l'EDP (**partie II**) évaluer l'erreur maximale.

9 SUJET 9

Résolution de problème aux limites mixtes pour l'équation de chaleur

L'objectif de ce projet est d'étudier la solution du problème aux limites pour l'équation suivante:

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + x - 1, & x \in]0, 1[, t > 0 \\ u(0, x) = \sin\left(\frac{3\pi}{2}x\right) \\ u(0, t) = -t; \quad u_x(1, t) = 2t^2 + t \end{cases}$$

PARTIE I. ETUDE ANALYTIQUE

1. Conditions aux limites non homogènes. Rechercher la fonction $w(x, t) = \alpha(t)x^2 + \beta(t)(x - 1)$ en choisissant les coefficients $\alpha(t)$ et $\beta(t)$ de telle sorte que w vérifie les conditions aux limites du problème
2. Poser $u(x, t) = v(x, t) + w(x, t)$ Déterminer l'équations de chaleur avec second membre et la condition initiale pour la nouvelle inconnue v .
3. Résoudre le problème aux limites pour l'équation de chaleur obtenu.
4. En déduire la solution $u(x, t)$.

PARTIE II. RÉOLUTION NUMÉRIQUE.

1. Pour résoudre le problème numériquement, on va limiter la variation du temps à un intervalle $[0, T]$ avec T paramètre du programme. Définir une grille sur le rectangle $[0, L] \times [0, T]$ de pas Δx pour la variable x et de pas Δt pour la variable t .
2. Discrétiser les conditions aux limites et les conditions initiales.
3. Discrétiser l'équation à l'aide de la méthode de Crank-Nicolson
4. Ecrire les équations aux différences finies obtenues sous forme matricielle.
5. utiliser l'algorithme de Thomas pour trouver la solution de système d'équations obtenu à chaque itération.
6. Visualiser les solutions pour $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$.

PARTIE III. COMPARAISON DES RÉSULTATS

1. Tracez la fonction solution analytique obtenue dans la **partie I** aux mêmes instants de temps et comparez la avec les solutions numériques obtenues dans les **parties II et III**.
2. Sur toute la grille de calcul de la solution numérique de l'EDP (**partie II**) évaluer l'erreur maximale.

10 SUJET 10

Résolution de problème aux limites pour une équation parabolique

L'objectif de ce projet est d'étudier la solution du problème aux limites pour l'équation suivante:

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} - 2u_x + 2u + e^x \cdot x \cdot t, & x \in]0, 1[, t > 0 \\ u(x, 0) = 0 \\ u(0, t) = 0; \quad u(1, t) = 1 \end{cases}$$

PARTIE I. ETUDE ANALYTIQUE

1. Montrer que l'équation est parabolique
2. Effectuer le changement d'inconnue

$$u(x, t) = e^{\alpha x + \beta t} v(x, t)$$

en choisissant les coefficients α et β de telle sorte que v soit solution de l'équation de chaleur

$$v_t = v_{xx}$$

3. Déterminer les nouvelles conditions aux limites et initiale pour la nouvelle inconnue v .
4. Résoudre le problème aux limites pour l'équation de chaleur obtenu.
5. En déduire la solution $u(x, t)$.

PARTIE II. RÉOLUTION NUMÉRIQUE.

1. Pour résoudre le problème numériquement, on va limiter la variation du temps à un intervalle $[0, T]$ avec T paramètre du programme. Définir une grille sur le rectangle $[0, L] \times [0, T]$ de pas Δx pour la variable x et de pas Δt pour la variable t .
2. Discrétiser les conditions aux limites et les conditions initiales.
3. Discrétiser l'équation à l'aide de la méthode de Crank-Nicolson
4. Ecrire les équations aux différences finies obtenues sous forme matricielle.
5. utiliser l'algorithme de Thomas pour trouver la solution de système d'équations obtenu à chaque itération.
6. Visualiser les solutions pour $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$.

PARTIE III. COMPARAISON DES RÉSULTATS

1. Tracez la fonction solution analytique obtenue dans la **partie I** aux mêmes instants de temps et comparez la avec les solutions numériques obtenues dans les **parties II et III**.
2. Sur toute la grille de calcul de la solution numérique de l'EDP (**partie II**) évaluer l'erreur maximale.

11 SUJET 11

Résolution de problème de Cauchy pour une équation parabolique

L'objectif de ce projet est d'étudier la solution du problème aux limites pour l'équation suivante:

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} - 2u_x, & x \in \mathbb{R}, t > 0 \\ u(x, 0) = g(x) \end{cases}$$

où

$$g(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

PARTIE I. ETUDE ANALYTIQUE

1. Montrer que l'équation est parabolique
2. Effectuer le changement d'inconnue $u(x, t) = e^{\alpha x + \beta t} v(x, t)$ en choisissant les coefficients α et β de telle sorte que v soit solution de l'équation de chaleur $v_t = v_{xx}$
3. Déterminer la nouvelle condition initiale pour la nouvelle inconnue v .
4. Résoudre le problème de Cauchy pour l'équation de chaleur obtenu.
5. En déduire la solution $u(x, t)$.
6. Donner l'asymptote de la solution $u(x, t)$ quand $x \rightarrow +\infty$
7. Donner l'asymptote de la solution $u(x, t)$ quand $x \rightarrow -\infty$

PARTIE II. RÉOLUTION NUMÉRIQUE.

1. Pour résoudre le problème numériquement, on va limiter la variation du temps à un intervalle $[0, T]$ avec T paramètre du programme, et la variation de x à l'intervalle $[-L, L]$ avec L paramètre du programme. Définir une grille sur le rectangle $[-L, L] \times [0, T]$ de pas Δx pour la variable x et de pas Δt pour la variable t .
2. On prend pour conditions aux limites numériques les asymptotes de la solution analytique en $\pm\infty$ en remplaçant éventuellement x par L et $-L$ respectivement. Discrétiser les conditions aux limites et les conditions initiales.
3. Discrétiser l'équation à l'aide de la méthode de Crank-Nicolson; écrire les équations aux différences finies obtenues sous forme matricielle.
4. utiliser l'algorithme de Thomas pour trouver la solution de système d'équations obtenu à chaque itération.
5. Visualiser les solutions pour $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$.

PARTIE III. COMPARAISON DES RÉSULTATS

1. Tracez la fonction solution analytique obtenue dans la **partie I** aux mêmes instants de temps et comparez la avec les solutions numériques obtenues dans les **parties II et III**.
2. Sur toute la grille de calcul de la solution numérique de l'EDP (**partie II**) évaluer l'erreur maximale.

12 SUJET 12

Résolution de problème de Cauchy pour une équation parabolique

L'objectif de ce projet est d'étudier la solution du problème aux limites pour l'équation suivante:

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + t, & x \in \mathbb{R}, t > 0 \\ u(x, 0) = g(x) \end{cases}$$

où

$$g(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

PARTIE I. ETUDE ANALYTIQUE

1. Montrer que l'équation est parabolique
2. Effectuer le changement d'inconnue $u(x, t) = e^{\alpha x + \beta t} v(x, t)$ en choisissant les coefficients α et β de telle sorte que v soit solution de l'équation de chaleur $v_t = v_{xx}$
3. Déterminer la nouvelle condition initiale pour la nouvelle inconnue v .
4. Résoudre le problème de Cauchy pour l'équation de chaleur obtenu.
5. En déduire la solution $u(x, t)$.
6. Donner l'asymptote de la solution $u(x, t)$ quand $x \rightarrow +\infty$
7. Donner l'asymptote de la solution $u(x, t)$ quand $x \rightarrow -\infty$

PARTIE II. RÉOLUTION NUMÉRIQUE.

1. Pour résoudre le problème numériquement, on va limiter la variation du temps à un intervalle $[0, T]$ avec T paramètre du programme, et la variation de x à l'intervalle $[-L, L]$ avec L paramètre du programme. Définir une grille sur le rectangle $[-L, L] \times [0, T]$ de pas Δx pour la variable x et de pas Δt pour la variable t .
2. On prend pour conditions aux limites numériques les asymptotes de la solution analytique en $\pm\infty$ en remplaçant éventuellement x par L et $-L$ respectivement. Discrétiser les conditions aux limites et les conditions initiales.
3. Discrétiser l'équation à l'aide de la méthode de Crank-Nicolson; écrire les équations aux différences finies obtenues sous forme matricielle.
4. utiliser l'algorithme de Thomas pour trouver la solution de système d'équations obtenu à chaque itération.
5. Visualiser les solutions pour $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$.

PARTIE III. COMPARAISON DES RÉSULTATS

1. Tracez la fonction solution analytique obtenue dans la **partie I** aux mêmes instants de temps et comparez la avec les solutions numériques obtenues dans les **parties II et III**.
2. Sur toute la grille de calcul de la solution numérique de l'EDP (**partie II**) évaluer l'erreur maximale.